武汉理工大学

武汉理工大学2005年研究生入学考试试题

课程代码 318 课程名称 高等数学(Ⅰ)

（共 4 页，共 7 题，答题时不必抄题，标明题目序号）

一、选择题（15 × 3=45 分）：

1. 设函数 $y=x^4, x\in(-\infty,+\infty)$，则在 $x\in(-\infty,0]$ 上的反函数 $x=$______。

A. $-\sqrt[4]{y}$　　B. $\sqrt[4]{y}$　　C. $\sqrt[4]{|y|}$　　D. 没有

2. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n^{\frac{1}{n}}$ 是______。

A. 存在　　B. 1　　C. 0　　D. 不存在

3. 设函数 $y=f(u)=e^u, u=g(x)=\cos x$，则 $y=f(g(x))=$_______。

A. $\cos e^x$　　B. $e^{\cos x}$　　C. 0　　D. 1

4. 设 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=4$，则下列结论必成立的是______。

A. $f(1)=4$

B. $f(x)$ 在 x=1 处无定义

C. 在 x=1 附近 $(x\neq 1)$ $f(x)>2$

D. 在 x=1 附近 $(x\neq 1)$ $f(x)>5$

5. 设 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$，则当 $x\to 0$ 时，一定是无穷小量的是[ ]

A. $xf(x)$　　B. $f(x)-x$　　C. $\dfrac{x}{f(x)}-x$　　D. $f(x)-\dfrac{1}{x}$

6. 设 $f(x)=\dfrac{x}{a+e^{bx}}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$，则 a, b 满足______。

A. $a<0, b<0$　　B. $a>0, b>0$

C. $a\le 0, b>0$　　D. $a\ge 0, b<0$

7.设函数 $f(x),g(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续，则 $f(x)\cdot g(x)$ 在 $x=x_0$ 处必______。

A.不连续　　B.连续　　C.可导　　D.可微

8.设 $f(x),g(x)$ 是（$-\infty$，$+\infty$）上的可导函数，且 $f(x)<g(x)$，则必有______。

A. $f(-x)>g(-x)$　　B. $f'(x)<g'(x)$

C. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$　　D. $\int_0^x f(t)dt<\int_0^x g(t)dt$

9.设在 (a,b) 内有 $f'(x)=g'(x)$，则______。

A. $f(x)=g(x)$　　B. $f(x)\le g(x)$

C. $f(x)\ge g(x)$　　D. $f(x)=g(x)+C$

10.设 $\begin{cases}x=\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$______。

A. $\cot\varphi$　　B. $\tan\varphi$　　C. $-\cot\varphi$　　D. $-\tan\varphi$

11.设 $y=e^{-x}$，则其 n 阶导数 $y^{(n)}=$______。

A. e^{-x}　　B. e^{x}　　C. $-e^{-x}$　　D. $(-1)^n e^{-x}$

12. 函数 $y=x^3+1$ 的拐点为______。

A. $(0,0)$　　B. $x=0$　　C. $(0,1)$　　D. 其他

13. 设 $M=\int_{-1}^{1} x\ln^2(x+\sqrt{1+x^2})dx$，$N=\int_{-1}^{1}\dfrac{x^3+|x|}{\sqrt{1+x^2}}dx$，

$P=\int_{-1}^{1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{(1+x^2)^2}dx$，则______。

A. $P<M<N$　　B. $M<N<P$

C. $M<P<N$　　D. $N<P<M$

14. 设 $f(x)$ 是 $[a,b]$ 上二阶可导的函数，且 $f(x)>0$，下面不等式

$$f(a)(b-a)<\int_a^b f(x)dx<(b-a)\frac{f(b)-f(a)}{2}$$

成立的条件是

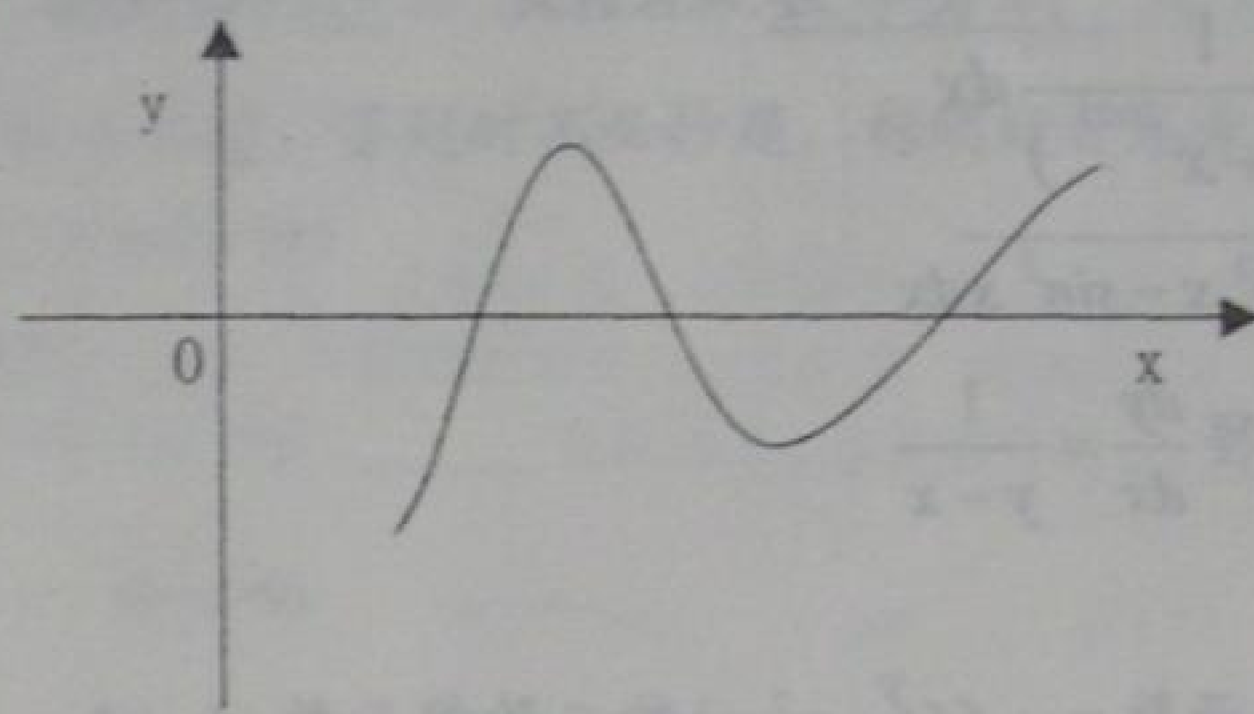
A. $f'(x)<0,f''(x)<0$　　B. $f'(x)<0,f''(x)>0$

C. $f'(x)>0,f''(x)>0$　　D. $f'(x)>0,f''(x)<0$

15.设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 内可导的函数，其导函数的图形如下，则 $f(x)$ 有______。

A. 一个极小值点和两个极大值点

B. 两个极小值点和一个极大值点
C. 两个极小值点和两个极大值点
D. 三个极小值点和一个极大值点



二、填空题（5×4=20分）：

1. 设$y=f(x)$在x_0处可导，且$f'(x_0)\neq 0$，则$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y-dy}{\Delta y}=$。

2. 设$f(-x)=-f(x)$，且$f'(x_0)=k$，则$f'(-x_0)=$______________。

3. 函数$f(x)=1/(1-e^{\frac{x}{x-1}})$的渐近线为__________________________。

4. 微分方程$x\dfrac{dy}{dx}=y\ln\dfrac{y}{x}$可作__________变换化为变量可分离的方程。

5. 设$f(x)$的一个原函数为$\dfrac{\sin x}{x}$，则$f'(x)=$__________________。

三、计算题（8×6=48分）：

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1^n+2^n+3^n}$ （n为正整数）

2. $\lim\limits_{x\to 0}x^x$

3. 设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\dfrac{f(x)}{\sin x})}{a^x-1}=A\quad(a>0,\quad a\neq 1)$，求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}$

4. 设$\int_0^y e^{t^2}dt=\int_0^{x^2}\cos t^2dt+\sin y^2$，求$\dfrac{dy}{dx}$

5. 设 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ （$f''(t) \neq 0$），求 $\dfrac{d^2 y}{dx^2}$

6. $\int \dfrac{1}{x(1+x^{2005})} dx$

7. $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x}\, dx$

8. 求解方程 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{y-x}$

四、求复合函数 $u = f(\dfrac{y}{x}, x^2 y)$ 的二阶偏导数 u''_{xx}, u''_{xy}，其中 f 具有连续的二阶偏导数。 (9 分)

五、求两个底圆半径都等于 R 的直交圆柱面所围成的立体的表面积和体积。 (10 分)

六、计算 $\oint_L \dfrac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$，其中 L 为一条无重点、分段光滑且不经过原点的连续闭曲线，L 的方向为逆时针方向。 (9 分)

七、 判断下列级数的敛散性

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)(2n+1)}$$

若收敛求其和。 (9 分)