

姓名:

密 封 线 内 不 要 答 题

412

2004 年研究生入学考试试题

适用专业: 应用数学

(特别提醒: 所有答案都必须写在答题纸上, 写在本试题纸上及草稿纸上无效。考完后试题随答题纸一起交回。)

$$(x^2+1)h(x)+(x-1)f(x)+(x+2)g(x)=0.$$

$$(x^2 + 1)h(x) + (x + 1)f(x) + (x - 2)g(x) = 0.$$

证明: $(x^2 + 1) \mid (f(x), g(x))$.

二、(本题满分 15 分) 计算下列 n 阶矩阵的秩 $R(A) (n \geq 3)$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & \cdots & a \\ a & 1 & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

三、(本题满分 15 分) 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 证明 $R(AB) = R(B)$ 的充分必要条件是线性方程组 $(AB)x = 0$ 与 $Bx = 0$ 同解 (其中 $R(B)$ 表示矩阵 B 的秩).

四、(本题满分 15 分) 已知线性方程组

[illegible]

的一个基础解系为

$$\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ \vdots \\ b_{1(2n)} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_{21} \\ b_{22} \\ \vdots \\ b_{2(2n)} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} b_{n1} \\ b_{n2} \\ \vdots \\ b_{n(2n)} \end{pmatrix}.$$

