

一. (12分) 已知平面曲线  $y=f(x)$  的三个点  $(x_i, f(x_i))$   $i=1, 2, 3$ , 分别为  $(0, 1), (1, 3), (2, 4)$  试求

1> 一个二次多项式  $P_2(x)$  使得  $P_2(x_i)=f(x_i)$ ,  $i=1, 2, 3$

2> 一个三次多项式  $P_3(x)$  使得  $P_3(x_i)=f(x_i)$ ,  $i=1, 2, 3$ .

还满足  $P_3'(1)=1$ .

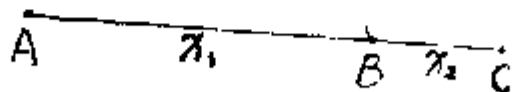
3> 余项  $R(x)=f(x)-P_3(x)$  的表达式.

二. (8分) 二次多项式  $P_2(x)$  满足  $P_2(x_0)=y_0$ ,  $P_2'(x_0)=y_0'$

$P_2(x_2)=y_2$ , 其中  $x_0 \neq x_2$ ,  $y_0, y_0', y_2$  是已给的数据.

试给出使这一问题的解存在且唯一的条件.

三. (10分) 如图 AB 长度为  $x_1$ , BC 长为  $x_2$ , 某人测



量的结果为  $x_1=15.5$  米,  $x_2=6.1$  米, 为控制丈量的准确性, 又测量  $AC=x_1+x_2=20.9$  米. 试合理地决定  $x_1$  和  $x_2$  的长度. (提示: 用最小二乘法求解)

四. (12分) 利用正交多项式构造两点 Gauss 型求积公式  $\int_{-1}^1 (1+x^2)f(x)dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$

问 1) 所得求积公式的代数精度是多少?

2) 用所得求积公式计算  $\int_{-1}^1 (1+x^2)(3x^3+2x-1)dx$  时, 截断误差是多少?

五. (8分) 已知  $\alpha = p(x)$  在  $[a, b]$  内有根  $\alpha^*$ .  $p'(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $|p'(x) - 3| < 1$ . 试构造局部收敛于  $\alpha^*$  的迭代公式.

kaoyan.com

六. (10分) 设  $\alpha^*$  是  $f(x) = 0$  的三重根,  $f(x)$  在  $\alpha^*$  的某邻域内有二阶连续导.

1) 试证明对  $f(x) = 0$  求根产生的 Newton 法在  $\alpha^*$  的邻近只有线性收敛性.

2) 试将 Newton 法进行变形, 使之在  $\alpha^*$  邻近保证有二阶收敛性, 并加以证明.

试题编号:

七. (10分) 试确定常数  $a, b, c, d$  使线性多步公式  $y_{n+1} = ay_{n+1} + h(b y'_{n+1} + c y'_n + d y'_{n-1})$  的局部截断误差阶尽可能地高.

八. (8分) 设有模型方程  $y' = \lambda y$  (若  $\lambda$  是实数, 则  $\lambda < 0$ . 若  $\lambda$  是复数, 则  $\text{Re} \lambda < 0$ )  
求 Euler 公式的绝对稳定区域, 并画出区域草图

www.kaoyan.com  
kaoyan.com  
考研加油站

九. (10分) 用 Jacobi、Gauss-Seidel 迭代法求解方

程组  $\begin{cases} 3x_1 - 10x_2 = -7 \\ 9x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$  问是否收敛? 为什么? 若

将原方程组变为  $\begin{cases} 9x_1 - 4x_2 = 5 \\ 3x_1 - 10x_2 = -7 \end{cases}$  再用上述两种迭代法求解是否收敛? 为什么?

十. (12分) 用平方根法求解方程组

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -x_1 + 4.25x_2 + 2.75x_3 = -0.5 \\ x_1 + 2.75x_2 + 3.5x_3 = 1.25 \end{cases}$$