

2000 年华中科技大学数学分析考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

2000 年华中科技大学数学分析试题

二 000 年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 数学分析

适用专业: 应用数学, 计算数学, 概率统计
计算机软件与理论

共 10 题, 每题 10 分.

1. 求 $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{2} (1 - \cos \frac{1}{n^2})}{\sqrt{n^2 + 1} - n}$
2. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可微. 证明存在 $\xi \in (0, 1)$, 使 $f'(\xi)f(1-\xi) = f(\xi)f'(1-\xi)$.
3. 设函数 $x = x(y, u)$ 由方程组

$$\begin{cases} u = f(x, y) + xv, \\ y = g(x, v) + yu \end{cases}$$
 确定, 其中 f, g 可微且 $(v + f_x)g_v \neq xg_x$, 求 $\frac{\partial x}{\partial y}$.
4. 求直线 $4x + 3y = 16$ 与椭圆 $18x^2 + 5y^2 = 45$ 之间的最短距离.
5. 设 $f(x)$ 在 $(0, \infty)$ 内连续, $a > 0$, 证明等式

$$\int_{1/a}^a f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{1/a}^a \left[f(x) + \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) \right] dx.$$

6. 设 L 是从点 $(0, 1)$ 到点 $(0, 3)$ 的曲线 $x = \sqrt{4y - y^2 - 3}$, $f(x)$ 在 $[0, \infty)$ 上连续可微, 求

$$I = \int_L \left[\frac{1}{y} + y f(xy) \right] dx + \left[x f(xy) - \frac{x}{y^2} + \frac{5y}{(y^2+1)^2} \right] dy.$$

7. 设 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 的内侧, f, g, h 是连续可微函数, 求

$$I = \iint_{\Sigma} \left[f(yz) - \frac{xyz^2}{2500\pi} \right] dy dz + \left[g(zx) - \frac{yz^2}{2500\pi} \right] dz dx + \left[h(xy) - \frac{zx^2}{2500\pi} \right] dx dy$$

8. 展开 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{1-x} \right)^n$ 为 x 的幂级数.

9. 在 $[0, \pi]$ 上展开 $f(x) = x + \cos x$ 为余弦级数.

10. 设 $f(x)$ 可微且 $|f'(x)| \leq r < 1$, r 是常数. 给定 x_0 , 令 $x_n = f(x_{n-1})$ ($n = 1, 2, \dots$), 证明序列 $\{x_n\}$ 收敛.