華中科技大学

二〇〇二年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：数学分析

适用专业：应用数学，计算数学，概率统计，基础数学

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

准考证号码：　报考学科、专业：　姓名：

密 封 线 内 不 要 答 题

以下共10题，每题10分

1. 求 $l=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n^2\sqrt[n]{2n^2}\left(\sin\frac{1}{n}-\operatorname{arccot} n\right)}{\ln n\ln\left(1+\frac{1}{n\ln n}\right)}$.

2. 设函数 $x=x(u,v)$ 满足方程组

$$\begin{cases}F(x,f(y,u))=0,\\ G(y,g(x,v))=0,\end{cases}$$

其中 F,G,f,g 均为连续可微函数，且 $F_1G_1\neq F_2G_2f_yg_x$，F_1 记 F 对其第一变元的偏导数，F_2,G_1,G_2 仿此，求 $\dfrac{\partial x}{\partial u}$ 与 $\dfrac{\partial x}{\partial v}$.

3. 设 $f(x)$ 是区间 $[0,1]$ 上的可微函数，$f(0)=f(1)=0$，当 $0<x<1$ 时 $f(x)>0$，$\varphi(x)=\ln f(x)$. 证明：存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $\varphi'(\xi)=1$.

4. 证明不等式 $xy^2z^3\leqslant(x+y+z)^6/432\ (x,y,z\geqslant 0)$.

试卷编号：325

5. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续可微且至少有一个零点，证明

$$\int_0^1 |f(x)|\,dx \leqslant \int_0^1 |f'(x)|\,dx.$$

6. 求 $\int_L \frac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + 4y^2}$，其中 L 是反时针方向的圆周 $x^2 + y^2 = 1$.

7. 设有界空间区域 V 的体积为 v，V 的边界 Σ 为光滑闭曲面，n 是 Σ 的内向法向量；$r = xi + yj + zk$，$r = |r|$. 求 $I = \iint_\Sigma \frac{\cos(r,n)}{r}dS$，$(r,n)$ 记 r 与 n 的夹角.

8. 证明：对充分大的自然数 n 有近似公式

$$\sqrt{n+1} \approx \frac{2n+1}{2n}\sqrt{n};$$

当 $n \to \infty$ 时，其误差 R_n 与 $-\frac{1}{8n^{3/2}}$ 是等价无穷小.

9. 展开 $f(x) = \sin x + \cos x$ 为 $[0,\pi]$ 上的正弦级数.

10. 设 $\{f_n(x)\}$ 是区间 $[a,b]$ 上的连续函数序列，它在 $[a,b]$ 上一致收敛于函数 $f(x)$. 假定每个 $f_n(x)$ 在 $[a,b]$ 上不处处为负，证明 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 亦不处处为负.