華中科技大學

二〇〇二年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：概率统计

适用专业：概率论与数理统计

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密封线内不要答题

一.（12 分） 从装有红、白、黑球各一个的口袋中任意取球（取后放回），直到各种颜色的球至少取得一次为止。求：

1° 摸球次数恰好为 6 次的概率； 2° 摸球次数不少于 6 次的概率。

二.（12 分） 设随机变量 X 与 Y 独立同分布，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}, & 0<x<\infty\\ 0, & 其它\end{cases}$$

求随机变量 $Z=\sqrt{X^2+Y^2}$ 的概率密度。

三、（12 分）将一颗均匀的骰子独立地掷 n 次，分别以 X 和 Y 记在 n 次中出现一点和六点的次数，求 Cov(X,Y).

四、（10 分）设 X 为连续型随机变量，g(x)是单调增加的正值函数，且 E[g(X)]存在，求证：对任意 $\varepsilon>0$，有不等式

$$P\{X>\varepsilon\}\le E[g(X)]/g(\varepsilon)$$

五.（12 分） 假设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本；已知 $EX^k=\alpha_k\ (k=1,2,3,4)$，证明当 n 充分大时，随机变量

$$Z_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$$

近似服从正态分布，并指出其分布参数。

试卷编号：523

六.（15 分） 假设 0.50，1.25，0.80，2.00 是来自总体 X 的一组观测值。已知 $Y=\ln X$ 服从正态分布 $N(\mu,1)$

（i）求 X 的数学期望 EX（记为 b）；
（ii）求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间；
（iii）利用上述结果求 b 的置信度为 0.95 的置信区间。

七、（12 分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，μ 已知。设统计量 $T=\frac{c}{n}\sum_{i=1}^{n}|X_i-\mu|$，

（i）若 T 为均方差 σ 的无偏估计，求常数 C；
（ii）计算 T 的方差 DT.

八、（15 分）设有 n 个人，把他们的帽子混在一起后，每人随机地选一顶，求至少有一个人选到自己帽子的概率 p(n)，并计算 $\lim_{n\to+\infty}p(n)$