准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密封线内不要答题

华中科技大学

二〇〇二年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：**数 值 分 析**

适用专业：计算数学

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

（1） $f(x)=3x^2+1$ 则 $f[1,2,3]=$________，　$f[1,2,3,4]=$________。

（2） $\{\varphi_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$ 是区间[0，1]上权函数 $\rho(x)=x$ 的最高项系数为 1 的正交多项式族，其中 $\varphi_0(x)=1$，则 $\int_0^1 x\varphi_3(x)dx=$________，$\varphi_1(x)=$________。

（3）在所有最高项系数为 1 的 n 次多项式中，首项系数为 1 的 n 次________多项式在[-1，1]上与零的平方误差最小。

（4） Simpson 求积公式 $S=\dfrac{b-a}{6}[f(a)+4f(\dfrac{a+b}{2})+f(b)]$ 具有_____次代数精度，当 $f(x)$ 为二次多项式时，则 $\int_a^b f(x)dx-S=$________

（5） 插值型求积公式 $\sum_{k=0}^{n}A_k f(x_k)\approx\int_a^b f(x)dx$ 的求积系数之和 $\sum_{k=0}^{n}A_k=$________。

（6） $\varphi(x)=x+\alpha(x^2-5)$，要使迭代法 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 局部收敛到 $x^*=\sqrt{5}$，则 α 取值范围是________。

（7） 设 $x_i\ (i=0,1,2,3,4,5)$ 为互异节点，$l_i(x)$ 为对应的 5 次 Lagrange 插值基函数，则

$\sum_{i=0}^{5}x_i^5 l_i(0)=$________，$\sum_{i=0}^{5}(x_i^5+2x_i^4+x_i^3+1)l_i(x)=$________。

试卷编号：521

(8)已知方程组$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0.32 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$，则解此方程组的 Jacobi 迭代法________收敛(填

"是"或"不")，它的渐近收敛速度 $R(B)=$______。

(9)用 Gauss-Seidel 迭代法解方程组$\begin{cases} x_1+ax_2=4, \\ 2ax_1+x_2=-3, \end{cases}$其中 a 为实数，方法收敛的充要条件

是 a 满足________。

(10)解初值问题 $y'=f(x,y), y(x_0)=y_0$ 的梯形格式

$y_{n+1}=y_n+\frac{h}{2}[f(x_n,y_n)+f(x_{n+1},y_{n+1})]$ 是______阶方法。

二、(10 分)已知 $\sin(0.32)=0.314567$，$\sin(0.34)=0.333487$ 有 6 位有效数字。

(1) 用线性插值求 $\sin(0.33)$ 的近似值。

(2) 证明在区间[0.32,0.34]上用线性插值计算 $\sin(x)$ 时至少有 4 位有效数字。

三、(10 分)试确定常数 A,B,C 和 α，使得数值积分公式

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx \approx Af(-\alpha)+Bf(0)+Cf(\alpha)$$

有尽可能高的代数精度，试问所得数值积分公式代数精度是多少？它是否为 Gauss 型的。

四、(10 分)对于初值问题：

$$\begin{cases} y'=-1000(y-g(x))+g'(x) \\ y(0)=g(0) \end{cases}$$

其中 $g(x)$ 为已知函数，其解 $y(x)=g(x)$

(1) 若用显式 Euler 法求解，从稳定性考虑步长应在什么范围内选取？

(2) 若用隐式 Euler 法解题，从稳定性考虑，步长有没有限制？为什么？

(3) 若 $g(x)$ 为不超过一次的多项式，用显式 Euler 法求解此问题时，从精确阶考虑，步长的选取有无限制？为什么？

五、（10 分）对方程 $f(x)=4-2^x-x=0$ 用迭代法求根，若化成 $x=4-2^x$，问迭代是否收敛？若不收敛，试构造求方程根收敛的迭代格式。

六、（10 分）用平方根法求解线性方程组 $AX=b$，其中

$$A=\begin{bmatrix}1&1&1&\cdots&1\\1&2&2&\cdots&2\\1&2&3&\cdots&3\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&2&3&\cdots&n\end{bmatrix},\quad b=\begin{bmatrix}n\\n-1\\n-2\\\vdots\\2\\1\end{bmatrix}$$

七、（10 分）设有方程组 $AX=b$，其中

$$A=\begin{bmatrix}1&0&-1\\2&2&1\\0&2&2\end{bmatrix},b=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{3}\\-\frac{2}{3}\end{bmatrix}。$$

已知它有解 $X=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3},0\right)^T$，如果右端有小扰动 $\|\delta b\|_\infty=\frac{1}{2}\times10^{-6}$，试估计由此引起的解的相对误差。

八、（10 分）设矩阵 C_0 是矩阵 A^{-1} 的一个近似，记 $R_0=I-AC_0$，又设 $\|R_0\|<1$，试证由

迭代公式 $\begin{cases}C_{k+1}=C_k(I+R_k),\\R_{k+1}=I-AC_{k+1}\end{cases}$ 产生的矩阵序列 $\{C_k\}$ 收敛于 A^{-1}。