

# 华中科技大学

## 二〇〇三年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

适用专业: 物理系各专业

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

### 一、(35分)

- 1、玻尔的原子理论实际上是一个半经典理论, 简述这里所说的“半经典”的含义。
- 2、20世纪的一些著名实验触发了从经典物理向量子物理的跃变并为这种跃变提供了最初的一批实验事实, 试将这些实验进行分类并简要说明由这些实验事实所抽象出的一些基本观念。
- 3、“物体以  $h\nu$  为能量单位不连续地发射或吸收频率为  $\nu$  的电磁波, 但辐射本身作为广布于空间的电磁波其能量是连续分布的”, 试问这一说法是否正确?
- 4、简述波函数和它所描写的粒子之间的关系。
- 5、(1) 如果算符  $\hat{F}$  表示力学量  $F$ , 那么当体系处于  $\hat{F}$  的本征态  $\psi$  时, 问该力学量是否有确定的值? (2) 如果一组算符有共同的本征函数, 且这些共同的本征函数组成完全系, 问这组算符中的任何一个是否和其余的算符对易?
- 6、在  $\hat{S}_z$  表象中, 电子波函数可表示为  $\Psi(\vec{r}, \hat{S}_z, t) = \Psi_1(\vec{r}, t)\chi_{\frac{1}{2}} + \Psi_2(\vec{r}, t)\chi_{-\frac{1}{2}}$ , 简要说明其物理含义。
- 7、试判断下列函数中的哪些所描述的状态是定态?

$$(1) \Psi(x,t) = u(x)e^{i(x-Et)/\hbar} + v(x)e^{-i(x-Et)/\hbar}$$

$$(2) \Psi(x,t) = u(x)e^{i(x-Et)/\hbar} + u(x)e^{-i(x-Et)/\hbar}$$

$$(3) \Psi(x,t) = u(x)e^{-iEt/\hbar} + u(x)e^{iEt/\hbar}$$

二、(20分)

1、考虑如下两个算符： $\hat{F}\Psi(x) = x^3\Psi(x)$ ,  $\hat{G}\Psi(x) = x\frac{d\Psi(x)}{dx}$ ，求对易关系

$$[\hat{F}, \hat{G}] = ?$$

2、设粒子在宽度为  $a$  的一维无限深势阱中运动，求 (1) 基态动量的平均值和 (2) 基态动量平方的平均值。

三、(15分)

考虑在三维各向同性势  $V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$  下运动的带电荷  $+e$  的粒子，受沿正  $x$  方向的电场  $E$  的作用，求粒子的定态能量和波函数。

(已知一维线性谐振子对应于量子数  $n$  的波函数为

$$\varphi_n(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi^{1/2} 2^n n!}\right)^{1/2} e^{-\frac{\alpha^2}{2}x^2} H_n(\alpha x), \text{ 其中 } \alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

四、(25分)

由角动量算符  $\hat{L}_x$  和  $\hat{L}_y$  可定义出两个新算符  $\hat{L}_+$  和  $\hat{L}_-$ ，即  $\hat{L}_+ = \hat{L}_x + i\hat{L}_y$  和

$$\hat{L}_- = \hat{L}_x - i\hat{L}_y,$$

1、分别求下列算符间的对易关系： $[\hat{L}^2, \hat{L}_+]$ 、 $[\hat{L}^2, \hat{L}_-]$ 、 $[\hat{L}_+, \hat{L}_y]$  和  $[\hat{L}_-, \hat{L}_y]$ ；

2、已知  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  为  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的共同本征态，相应的本征值分别为  $l(l+1)\hbar^2$  和  $m\hbar$ ，试通过计算，(1) 证明  $\hat{L}_+ Y_{lm}(\theta, \varphi)$  和  $\hat{L}_- Y_{lm}(\theta, \varphi)$  均为  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的本征态，(2) 相应的本征值为多少？(3) 简要说明结果的物理意义。

五、(25分)

1、考虑在宽度为  $a$  的一维无限深势阱中运动的粒子，受微扰

$H' = a\omega_0\delta(x - \frac{a}{2})$ 的作用,  $\omega_0$ 为常数, 试计算近似到一级时的能量修正。

2、在某一选定的一组正交基下哈密顿算符由下列矩阵给出

$$H = \begin{pmatrix} E_{10} & 0 & 0 \\ 0 & E_{20} & 0 \\ 0 & 0 & E_{30} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix},$$

其中  $a$  为常数且为小量, 试用微扰法求能量至二级修正值;

六、(30分)

长期以来人们一直认为电子是一种带电的微观粒子, 但随着量子力学的诞生, 人们对电子又有了新的认识, 问最为典型的两种新认识是什么? 试设计两个实验以支持这两种新认识。