

# 华中科技大学

## 二〇〇三年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 数学

适用专业: 工科各专业

(除画图题外,所有答案都必须写在答题纸上,写在试题上及草稿纸上无效,考完后试题随答题纸交回)

### 一、填空题(本题共5小题,每小题4分,共计20分)

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+3^n+5^n+7^n)^{\frac{1}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}} (1+x^2) \cos^3 x dx = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 曲面  $Z - e^z + 2xy = 3$  在点  $(1, 2, 0)$  处的切平面方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设矩阵  $A_{n \times n}$  的秩为 5,  $n=8$ , 且  $AX=b$  有解, 则其线性无关的解的个数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5.  $P(A-B) = P(A) - P(B)$  的一个充分必要条件为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、选择题(本题共5小题,每小题4分,共计20分,每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在括号内。)

6. 若定义在  $(-\infty, +\infty)$  上的函数  $y=f(x)$  有两条对称轴, 则  $f(x)$  必为 ( )

- (A) 周期函数; (B) 偶函数;  
(C) 奇函数; (D) 无界函数.

7. 微分方程  $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$  的特解  $y^*$  的形式为 ( )

- (A)  $(Ax^2 + Bx)e^{2x}$ ; (B)  $(Ax + B)e^{2x}$ ;  
(C)  $(Ax^3 + Bx^2)e^{2x}$ ; (D)  $(Ax^2 + B)e^{2x}$ .

8. 设  $A, B$  为  $n$  阶方阵, 且  $r(A) = r(B)$  则 ( )

- (A)  $r(A^{-1}) = r(B^{-1})$ ; (B)  $r(A^*) = r(B^*)$ ;  
(C)  $r(AB) = r(BA)$ ; (D)  $r(A:B) = 2n$ .

9. 设  $f(x) = \sin x$ , 要使  $f(x)$  为某随机变量  $X$  的概率密度, 则  $X$  的可能取值区间为 ( )

- (A)  $\left[\pi, \frac{3}{2}\pi\right]$ ; (B)  $\left[\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$ ; (C)  $[0, \pi]$ ; (D)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

10. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$ , 则  $D(3X+2) = ( )$

- (A)  $\frac{3}{2}$ ; (B)  $\frac{9}{2}$ ; (C)  $\frac{13}{2}$ ; (D) 3.

三、计算题 (本题共 10 小题, 每小题 10 分, 共计 100 分)。

11. 设  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$

12. 设  $f(x) = \int_0^x \frac{t \sin t}{1 + \cos^2 t} dt$ , 求  $f'(x)$  及  $f(\pi)$

13. 某公司可通过电视及报刊两种方式做销售某种商品的广告, 据统计资料显示, 销售收入  $R$  (万元) 与电视广告费用  $x_1$  (万元) 及报刊广告费用  $x_2$  (万元) 之间的关系为  $R = 15 + 14x_1 + 32x_2 - 8x_1x_2 - 2x_1^2 - 10x_2^2$

(1) 在广告费用不限的情况下, 求最优广告策略。

(2) 若广告费用为 1.5 万元, 求相应的最优广告策略。

14. 计算  $\int_L (\sin y - y)dx + (x \cos y - 1)dy$

其中  $L$  为从点  $O(0, 0)$  沿圆周  $x^2 + y^2 = 2x$  在第一象限部分到点  $A(1, 1)$  的路径。

15. 将  $\frac{1}{(1-x)^2}$  展开为  $x$  的幂级数。

16. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 已知  $AX + I = A^2 + X$ , 求  $X$

17.  $\lambda$  取何值时, 非齐次线性方程组

$$\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 1 \end{cases}$$

无解, 有唯一解, 无穷多解? 在有无穷多解时, 求全体解。

18. 求二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2$  的秩, 正惯性指数, 负惯性指数。

19. 设患气管炎的人中吸烟者占 90%, 不患气管炎的人中吸烟占 20%, 设患气管炎的概率为 0.1%, 求在吸烟的人中患气管炎的概率。

20. 一批产品中含有废品, 现从中随机抽取 75 件, 发现废品 10 件, 试估计这批产品的废品率。

四. 证明题 (本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共计 10 分)。

21. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内可导, 证明: 在  $(a, b)$  内至少存在一个  $\xi$ , 使  $\frac{bf(b) - af(a)}{b - a} = f(\xi) + \xi f'(\xi)$ 。

22. 设  $n$  阶方阵  $A$  满足  $A^2 - 3A + 2I = 0$ , 证明  $A$  的特征值只能为 1 或 2, 且  $A - 4I$  可逆。