華中科技大学

二〇〇三年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：综合课程

适用专业：应用数学、计算数学、概率统计

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

一、设 A 为 m×n 复矩阵，证明线性方程组 AX=0 与 A^HAX=0 同解，其中 $A^H=\overline{A}^T$。（15 分）

二、设 $A_1,A_2,\ldots,A_m$ 都是 n 阶方阵，且 $A_1A_2\ldots A_m=0$，证明：秩 A_1+秩 A_2+…+秩 $A_m\leqslant(m-1)n$。（15 分）

三、证明相似的矩阵有相同的最小多项式。（15 分）

四、设 A 为三阶正交矩阵，|A|=1，证明 A 的特征多项式为 $f(\lambda)=\lambda^3-t\lambda^2+t\lambda-1$，其中 $-1\le t\le 3$。（15 分）

五、设 σ 是平面 R^2 上的线性变换，$\forall(x,y)^T\in R^2,\sigma((x,y)^T)=(y,x)^T$，求 σ 的两个非平凡不变子空间 V_1 和 V_2，使 $R^2=V_1\oplus V_2$。（15 分）

六、设 A、B、AB 都是 n 阶实对称矩阵，λ 是 AB 的一个特征值，证明存在 A 的一个特征值 s 和 B 的一个特征值 t，使 $\lambda=st$。（15 分）

七、解线性微分方程（15 分）

$$\begin{cases} x\dfrac{dy}{dx}+y-e^x=0 \\ y(1)=e \end{cases}$$

八、求解方程：（15 分）

$$\frac{d^2y}{dt^2}-\frac{\varphi''(t)}{\varphi(t)}y=0$$

试卷编号：420

九、设随机变量（X,Y）的概率密度为：（15 分）

$$f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(3x+4y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

1、求常数 k；

2、求（X,Y）的分布函数；

3、求 $P(0<X<1, 0<Y<2)$。

十、设随机变量 X 的分布函数为：（15 分）

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1; \\ a+b\arcsin x, & -1\le x<1; \\ 1, & x\ge 1. \end{cases}$$

1、求常数 a.b；

2、求数学期望 EX 和方差 DX。