華中科技大学

二〇〇四年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计

适用专业：企业管理、技术经济及管理

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

一、填空题(本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分.)

(1) 设 A、B 为两事件，$P(A)=p$，$P(A|B)=P(B|A)=q$，则 $P(B)=$______.

(2) 设随机变量 X 服从参数为 $(2,p)$ 的二项分布，随机变量 Y 服从参数为 $(4,p)$ 的二项分布，若 $P(X\ge 1)=5/9$，则 $P(Y\ge 1)=$______.

(3) 设随机变量 X，Y 同分布，X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}x^2, & 0<x<2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

又设 $A=\{X>a\}$ 与 $B=\{Y>a\}$ 相互独立，且 $P(A\cup B)=3/4$．则 $a=$______.

(4) 设 X_1,X_2,X_3,X_4,X_5 为取自总体 $N(0,5)$ 的一个样本，则当 $c=$______时，$c\dfrac{(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2}}\sim t(3)$.

(5) 设随机变量 $X_1\sim N(1,2)$，$X_2\sim N(0,3)$，$X_3\sim N(2,1)$，且 X_1，X_2，X_3 相互独立，则 $P(0\le 2X_1+3X_2-X_3\le 24)=$______.

试卷编号：895

(6) 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$______.

(7) 设随机变量 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=1/2$，$U=2X+1$，$V=Y-1$，则 $\rho_{UV}=$______.

二、选择题(本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分.)

(1) 设 A、B、C 三个事件两两独立，则

(A) A 与 BC 独立　　(B) AB 与 $A\cup C$ 独立

(C) AB 与 AC 独立　　(D) $A\cup B$ 与 $A\cup C$ 独立　　[　]

(2) 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 分别为随机变量 X_1 与 X_2 的分布函数，为使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，应取

(A) $a=3/5, b=-2/5$　　(B) $a=2/3, b=2/3$

(C) $a=-1/2, b=3/2$　　(D) $a=1/2, b=-3/2$　　[　]

(3) 设随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布：$P(X=1)=P(Y=1)=1/2$，$P(X=-1)=P(Y=-1)=1/2$. 则

(A) $P(X=Y)=1/2$　　(B) $P(X=Y)=1$

(C) $P(X+Y=0)=1/4$　　(D) $P(XY=1)=1/4$　　[　]

(4) 设二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，则随机变量 $\xi=X+Y$ 与 $\eta=X-Y$ 不相关的充要条件是

(A) $E(X)=E(Y)$　　(B) $E(X^2)+[E(X)]^2=E(Y^2)+[E(Y)]^2$

(C) $E(X^2)=E(Y^2)$　　(D) $D(X)=D(Y)$　　[　]

(5) 某型号晶体三极管的寿命(单位:h)的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1000,\\ \dfrac{1000}{x^2}, & x>1000.\end{cases}$$

装有 5 个这种三极管的收音机在使用前的 1500h 内正好有 2 个管子需要更换的概率为

(A) 1/3　(B) 40/243　(C) 80/243　(D) 2/3　[　]

(6) $D(X)=4, D(Y)=1, \rho_{XY}=0.6$，则 $D(3X-2Y)$ 的值为

(A) 40　(B) 14　(C) 25.6　(D) 17.6　[　]

(7) 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著水平 $\alpha=0.05$ 下应接受假设 $H_0:\mu=\mu_0$，则在显著水平 $\alpha=0.1$ 下，下列结论中正确的是

(A) 必接受 H_O　(B) 可能接受，也可能不接受 H_O

(C) 必拒绝 H_O　(D) 不接受，也不拒绝 H_O　[　]

三、(本题满分 12 分) 设有来自三个地区的各 10 名、15 名、25 名考生的报名表，其中女生的报名表分别为 3 份、7 份和 5 份. 随机地取一个地区的报名表，从中先后抽出两份.
(1) 求先抽出的是女生表的概率;
(2) 已知后抽出的是男生表，求先抽出的是女生表的概率.

四、(本题满分 10 分) 设袋中有 2 个红球和 3 个白球，n 个人轮流摸球，每人摸出 2 个球，然后将球放回袋中，让下一个人摸. 求 n 个人总共摸到的红球数的数学期望和方差.

五、(本题满分 10 分) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本. 为使 $c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计，试确定常数 c.

六、(本题满分 10 分) 设某种商品每周的需求量 X 是在区间 $[10, 30]$ 上服从均匀分布的随机变量，而经销商店进货数量为区间 $[10, 30]$ 中的某一整数. 经销商每销售一单位商品可获利 500 元；若供大于求，则削价处理，每处理一单位商品亏损 100 元；若供不应求，则可以从外部调剂供应，此时每一单位商品仅获利 300 元. 为使商店所获利润的期望值最大，试确定最优进货量.

七、(本题满分 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+y)}, & 0 < x < y, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) 问 X 与 Y 是否相互独立？为什么？
(2) 求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度函数.

八、(本题满分 15 分) 设总体 X 服从两点分布 $B(1, p)$, $0 < p < 1$,

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自 X 的一个样本.

(1) 求未知参数 p 的矩估计量与极大似然估计量.

(2) 求 p 的矩估计量的概率分布.

九、(本题满分 12 分) 设在每次试验中事件 A 发生的概率为 0.75.
(1) 利用切比雪夫不等式求：应取 n 多大时，才能保证在 n 次独立重复试验中事件 A 出现的频率在 0.7～0.8 之间的概率至少为 0.95；
(2) 利用中心极限定理求解 (1) 中的问题.

(参考数据：$\Phi(1.645) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$)

十、(本题满分 10 分) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，其中 μ, σ^2 未知，随机变量 L 是参数 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间的长度. 求 $E(L^2)$.