六、设 $A^T=A$，证明 A 可逆当且仅当存在矩阵 B，使得 $AB+B^TA$ 正定。

七、设 σ,τ 为 V 中线性变换，且 $\sigma^2=\sigma$，$\tau^2=\tau$，证明 $\ker\sigma=\ker\tau$ 当且仅当 $\sigma\tau=\sigma$，$\tau\sigma=\tau$，其中 $\ker\sigma$ 为 σ 的核。

八、设 A 为实对称矩阵，B 为实反对称矩阵，且 AB=BA，A-B 可逆，证明 $(A+B)(A-B)^{-1}$ 为正交矩阵。

九、设 σ,τ 为 P[x]中线性变换，且

$$\sigma(f(x))=f'(x),\quad \tau(f(x))=xf(x)$$

证明 $\sigma\tau-\tau\sigma=\varepsilon$，其中 ε 为单位变换。

十、设 A 为 n 阶方阵，

$$W_1=\{x\in R^n \mid Ax=0\},\quad W_2=\{x\in R^n \mid (A-E)x=0\}$$

证明 A 为幂等矩阵当且仅当 $R^n=W_1\oplus W_2$