

华中科技大学

二 0 0 四年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 环境系统分析与建模

适用专业: 环境工程

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、填空题 (40 分, 每空 4 分)

1. 动态规划的函数基本方程是: _____。
2. 已知函数 $f(x)$ 的驻点 x^* 处点海赛矩阵 $\nabla^2 f(x^*)$, 若 $\nabla^2 f(x^*)$ 是 _____ 的, 则 x^* 是极小点; 若 $\nabla^2 f(x^*)$ 是 _____ 的, 则 x^* 是极大点; 若 $\nabla^2 f(x^*)$ 是 _____ 的, 则 x^* 不是极值点; 若 $\nabla^2 f(x^*)$ 是 _____, 则 x^* 可能是极值点, 也可能不是极值点。
3. 设 $f_r(n, k)$ 是能够从集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 中选出的两两之差大于 r 的 k 元子集的数目, 试建立它满足的差分方程 _____。
4. 函数 $f(x) = \ln(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2)$ 的梯度是 _____; 海赛矩阵为 _____。
5. 一个渔场中的鱼资源若不进行捕捞则按自限规律增长, 若在渔场中由固定的船队进行连续作业, 单位时间的产量与渔场中鱼的数量成正比, 比例系数为 k , 该渔场中鱼的数量数学模型可描述为: _____。
6. 至少出现一个 6 且能被 3 整除的五位数的个数有 _____ 个。

二、(10 分) 观察物体的直线运动, 得到以下数据:

时间 t / 秒	0	0.9	1.9	3.0	3.9	5.0
距离 s / 米	0	10	30	50	80	110

用最小二乘法求运动方程。

三、(15分) 据说某地的汽油价格是115美分, 为了验证这种说法, 一位学者开车随机选择了一些加油站, 得到了某年一月和二月的数据如下:

一月	119	117	115	116	112	121	115	122	116	118
	109	112	119	112	117	113	114	109	109	118
二月	118	119	115	122	118	121	120	122	128	116
	120	123	121	119	117	119	128	126	118	125

(1) 分别用两个月的数据验证这种说法的可靠性;

(2) 分别给出一月和二月汽油价格的置信区间;

(3) 给出一月和二月汽油价格差的置信区间。

四、(10分) 已知线性规划问题:

$$\max Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

$$s.t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 20; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 20; \\ x_j \geq 0 (j=1,2,3,4). \end{cases}$$

其对偶问题的最优解为 $y_1^* = 1.2, y_2^* = 0.2$, 试根据对偶理论求出原问题的最优解。

五、(10分) 当 $x = 1, -1, 2$ 时, $f(x) = 0, -3, 4$, 求 $f(x)$ 的二次插值多项式。

六、(15分) 求下列具有最大利润的分配问题:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	3	2	1	3	4
A_2	4	3	2	3	5
A_3	5	4	3	6	4
A_4	6	6	3	7	6
A_5	7	6	6	4	3

七、(15分) 讨论资金积累、国民收入与人口增长的关系。

(1) 若国民平均收入 x 与按人口平均积累 y 成正比, 说明仅当总资金积累当相对增长率 k 大于人口的相对增长率 r 时, 国民平均收入才是增长的;

(2) 做出 $k(x)$ 和 $r(x)$ 示意图, 说明二曲线交点是平衡点, 讨论它的稳定性;

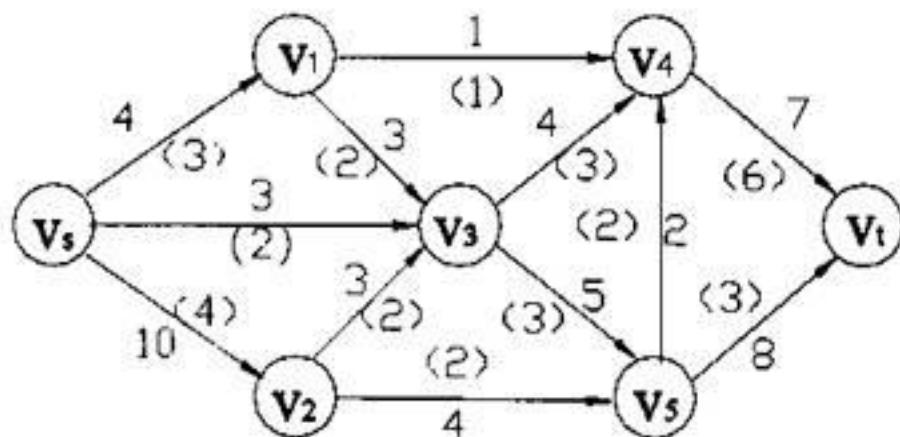
(3) 分析人口激增会引起什么后果。

八、(10分) 用单纯形法求解线性规划问题:

$$\max Z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$s.t. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10; \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 20; \\ x_j \geq 0 (j=1,2,3). \end{cases}$$

九、(15分) 用标号法求下图所示的网络中从 v_s 到 v_t 的最大流量和最大截集。



十、(10分) 在宴会后, 7位男士检查他们的帽子, 问有多少种方法使得

- (1) 没有人接到自己的帽子;
- (2) 至少有一个人接到自己的帽子;
- (3) 至少有两个人接到自己的帽子。