

华中科技大学

二〇〇五招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 概率论与数理统计

适用专业: 企业管理、技术经济及管理、会计学

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、填空题(本题共7小题, 每小题4分, 满分28分.)

(1) 设 A, B 为两事件, $P(A) = 0.92, P(B) = 0.93, P(B|\bar{A}) = 0.85$, 则

$P(A|\bar{B}) =$ _____.

(2) 设一次试验成功的概率为 p , 进行100次独立重复试验, 则当 $p =$ _____ 时, 成功次数的标准差最大, 相应的最可能成功次数为 _____.

(3) 设平面区域 D 由曲线 $y = 1/x$ 及直线 $y = 0, x = 1, x = e^2$ 所围成, 二维随机变量 (X, Y) 在 D 上服从均匀分布, 则 $X = 2$ 条件下 Y 的条件密度函数在 $y = 0.25$ 处的值为 $f_{Y|X}(0.25|2) =$ _____.

(4) 设随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(1, 1), Y \sim N(-2, 1)$, 则 $E|2X + Y| =$ _____.

(5) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自泊松总体 $P(\lambda)$ 的一个样本, $\tilde{S}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则 $E(\tilde{S}^2) =$ _____.

(6) 设 $EX = 1, EY = 2, DX = 1, DY = 4, \rho_{XY} = 0.6$, 则 $E(2X - Y + 1)^2 =$ _____.

(7) 设由来自正态总体 $X \sim N(\mu, 0.3^2)$ 的容量为 9 的样本观察值得样本均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 _____.

试卷代号: 479

共 4 页
第 1 页

二、选择题(本题共 7 小题, 每小题 4 分, 满分 28 分.)

(1) 设 A, B 为任意两互不相容事件, 且 $P(A)P(B) > 0$, 则

(A) \bar{A} 与 \bar{B} 互不相容

(B) \bar{A} 与 \bar{B} 相容

(C) $P(A\bar{B}) = P(\bar{B})$

(D) $P(A \cup \bar{B}) = P(B)$

[]

(2) 将一枚硬币独立地掷两次, 设 $A_1 = \{\text{掷第一次出现正面}\}$, $A_2 = \{\text{掷第二次出现正面}\}$, $A_3 = \{\text{正、反各出现一次}\}$, $A_4 = \{\text{正面出现两次}\}$, 则

(A) A_1, A_2, A_3 相互独立

(B) A_2, A_3, A_4 相互独立

(C) A_1, A_2, A_3 两两独立

(D) A_2, A_3, A_4 两两独立

[]

(3) 两人约定在某地相会, 假定两人到达的时间是相互独立的, 且在中午 12 点到 1 点之间有均匀分布, 则先到者等待 10 秒钟以上的概率为

(A) $25/36$

(B) $25/72$

(C) $47/52$

(D) $11/36$

[]

(4) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, 则对随机变量 $|X|$ 与 X , 下列结论成立的是

(A) 相互独立

(B) 分布相同

(C) 互不相关

(D) 相关

[]

(5) 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0, 1)$ 和 $N(1, 1)$, 则

(A) $P(X+Y \leq 0) = 1/2$

(B) $P(X+Y \leq 1) = 1/2$

(C) $P(X-Y \leq 0) = 1/2$

(D) $P(X-Y \leq 1) = 1/2$

[]

(6) 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布, 则

(A) $X+Y$ 服从正态分布

(B) X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

(C) X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布

(D) X^2/Y^2 服从 F 分布

[]

(7) 设随机变量 X 和 Y 相互独立同服从两点分布, $P(X=1) = p$, $P(X=0) = 1-p$,

$0 < p < 1$, 令

试卷编号: 479

共 4 页
第 2 页

$$Z = \begin{cases} 1, & X+Y \text{ 为偶数,} \\ 0, & X+Y \text{ 为奇数,} \end{cases}$$

则使 X 与 Z 独立的 p 值为

- (A) $1/3$ (B) $1/4$ (C) $1/2$ (D) $2/3$

[]

三、(本题满分 10 分) 某种易损商品成箱出售, 每箱 20 件. 假设每箱含 0, 1, 2 件残品的概率分别为 0.8, 0.1 和 0.1. 有一顾客欲买一箱, 售货员随意取一箱交给顾客, 而顾客只随意察看其中四件, 结果未发现残品, 于是买下. 试求在顾客买下的一箱中确实无残品的概率.

四、(本题满分 12 分) 设某机器加工一种产品的次品率为 0.1, 检验员每天检验 4 次, 每次随机地抽取 5 件产品进行检验, 如果发现多于 1 件次品就要调整机器, 求一天中调整机器的次数的概率分布、数学期望与方差.

五、(本题满分 10 分) 已知随机变量 X 有密度函数 $f(x)$, 求 $Y = \cos X$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

六、(本题满分 15 分) 设 X 与 Y 是相互独立的随机变量, 均服从同一几何分布:

$$P(X = k) = q_{k-1}p, \quad k = 1, 2, \dots$$

令 $Z = \min(X, Y)$, 试求 (1) Z 与 X 的联合分布列; (2) Z 的分布列; (3) X 关于 Z 的条件分布列.

七、(本题满分 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x+y), & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求常数 c ; (2) 求 X, Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$; (3) 讨论 X 与 Y 的独立性; (4) 求 $Z = X + Y$ 的密度函数.

八、(本题满分 10 分)某厂知道自己的产品废品率较高 ($p=0.1$), 为了打开销路, 该厂向顾客许诺每盒中有 100 只以上正品的概率达到 95%. 问该厂应在盒中至少装多少只产品? (参考数据: $\Phi(1.64)=0.9495$, $\Phi(1.65)=0.9505$)

九、(本题满分 12 分)设总体 X 的密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta, \end{cases}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的容量为 n 的样本. (1) 求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_n$; (2) 求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_n$; (3) θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_n$ 是否为 θ 的无偏一致估计? 为什么?

十、(本题满分 10 分)用某种仪器间接测量强度, 重复测量 9 次, 由所得数据计算得强度的样本均值为 $\bar{x}=175.2$, 样本方差为 $s^2=3.61$, 而用别的精确方法测量强度为 179 (可看作强度的精确值). 设测量强度服从正态分布, 问此种仪器测量的强度是否显著降低 ($\alpha=0.05$). (参考数据: $t_{0.025}(8)=2.3060$, $t_{0.05}(8)=1.8595$,

$t_{0.025}(9)=2.2622$, $t_{0.05}(9)=1.8331$)