

华中科技大学

二〇〇五招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

适用专业: 光学工程、物理电子学、光电信息工程

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

说明: 共 6 道题, 每题 25 分, 总计 150 分。

一、对易关系运算:

(1) 若算符 \hat{A}, \hat{B} 满足条件 $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$, 求: $[\hat{A}, \hat{B}^n] = ?$ (其中 n 为正整数)。

(2) 算符 $\hat{p}_r = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right)$, 计算对易关系 $[r, \hat{p}_r] = ?$

(3) 定义算符: $\hat{a} = \left(\frac{\mu\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\hat{x} + \frac{i}{\mu\omega}\hat{p}_x\right)$; $\hat{a}^+ = \left(\frac{\mu\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\hat{x} - \frac{i}{\mu\omega}\hat{p}_x\right)$, 求:
 $[\hat{a}, \hat{a}^+] = ?$

二、粒子在宽为 a 的一维无限深势阱 $u(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \leq 0, x \geq a \end{cases}$ 中运动, 求:

(1) 粒子的能级和归一化波函数;

(2) 若一粒子的状态用波函数 $\psi(x) = \frac{4}{\sqrt{a}}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ 描述, 求该粒子能量可能测量值及相应的几率。

三、三维谐振子的哈密顿量为： $H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{m}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2 + \omega_3^2 z^2)$ ，

(1) 求其能级与波函数；

(2) 若 $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ ，试求能级的简并度。

四、设体系处于 $\psi = c_1 Y_{11} + c_2 Y_{20}$ ，求：(1) \hat{L}_z 的可能测量值及平均值；

(2) \hat{L}^2 的可能测量值及相应的几率；(3) \hat{L}_x 及 \hat{L}_y 的可能测量值及相应的几率。

五、设在 H_0 表象中，体系的哈密顿算符可表示为矩阵的形式

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{bmatrix} \quad (a, b \text{ 为实数}),$$
用微扰理论求能级至二级修正，

并与严格解比较。

六、求自旋 \hat{s} 在单位矢量为 \hat{n} 的任意方向上的投影算符 \hat{s}_n 的显式表达形式，并求在 $\psi_{s_z = \pm \frac{\hbar}{2}}$ 状态中的平均值 \bar{s}_n ，和在上述状态中的 s_n 测量值的几率。