

华中科技大学

二〇〇六年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

适用专业: 物理电子学, 光学工程, 光电信息工程

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、填空题 (25分, 每空1分):

1、按照 Born 的统计诠释, 描述单粒子量子体系的波函数 $\psi(\mathbf{r})$ 常称为概率波, $|\psi(\mathbf{r})|^2$ 表示概率密度, 其意义是: $|\psi(\mathbf{r})|^2 \Delta x \Delta y \Delta z$ 表示在 \mathbf{r} 处的体积元 $\Delta x \Delta y \Delta z$ 中找到粒子的_____。 $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(\vec{r})|^2 d\vec{r} = 1$ 称为波函数的_____, 其物理意义是在全空间找到粒子的_____。

2、力学量 A 的本征态为 ψ_n , 相应的本征值为 a_n , $n=1, 2, \dots$ 。如果体系处于状态 $\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2$, 则测量 A 所得的结果为 a_1 或 a_2 , 其出现概率分别为_____。

3、若对应于力学量 A 的本征值 A_n , 有两个本征函数, 则称 A 对应本征值 A_n 是_____。

4、设有一组彼此对易且函数独立的厄米算符 $A(A_1, A_2, \dots)$, 它们的共同本征函数记为 $|k\rangle$ 。设给定 k 后就能够确定体系的一个可能状态, 则称 $A(A_1, A_2, \dots)$ 构成体系的一组_____。

5、不含时的 Schrodinger 方程为 $H\psi=E\psi$ ，称为体系的能量本征方程。其中 E 称为体系的_____，对应的波函数称为体系的_____。

6、所有可观测量对应的算符均为_____算符。

7、微粒的粒子性 (E, p) 与波动性的关系 (ν, λ 或 ω, k) 为 $E=_____$ ， $p=_____$ 。

8、 \hat{F} 为力学量 F 的算符，则在量子态 ψ 下，力学量 F 的平均值的表达式为：_____。

9、 \hat{P} 为宇称算符，若 $\hat{P}\psi(x)=-\psi(x)$ ，则称 ψ 具有_____宇称。

10、算符 \hat{A} 与 \hat{B} 的对易式 $[\hat{A}, \hat{B}] = _____$ 。

11、算符 \hat{A} 与 \hat{B} 的不确定度关系的表达式为_____。

12、电子自旋角动量在空间任何方向的投影只能有_____数值，这是根据_____确定的。

13、若在初始时刻 ($t=0$) 体系处于某一个能量本征态 $\psi(\vec{r}, 0) = \psi_E(\vec{r})$ ，则形如 $\psi(\vec{r}, t) = \psi_E(\vec{r})e^{iEt/\hbar}$ 的波函数所描述的态称为_____。

14、 (\hat{J}^2, \hat{J}_z) 的共同本征函数是_____。

15、氢原子的能级公式是_____，其简并度为_____。

16、对一维谐振子，初始时刻它处于基态 ($n=0$)，受到电场的微

扰作用后, 它只能跃迁到第一激发态($n=1$), 而不能跃迁到其它激发态($n>1$)。这样, 称一维谐振子向 $n>1$ 的激发态的跃迁为_____跃迁。换句话说, 只有 $\Delta n=1$ 的跃迁能发生, 这称为跃迁的_____。

17、设某一原子体系具有 n 个定态, 对应的能级为 E_n , 若电子处于态 n 的时间为 Δt , 则能级 E_n 的宽度为_____。

18、波粒二象性指的是粒子同时具有_____。

19、若 $\hat{H}\psi_n = E_n\psi_n$, 且 E_n 不简并, 则 ψ_n 可以构成正交归一完备集。对任意量子态 ψ , 依据_____原理, 有 $\psi = \sum_n a_n\psi_n$, 其中 a_n 为常数。

二、简答题 (25 份, 每小题 5 分)

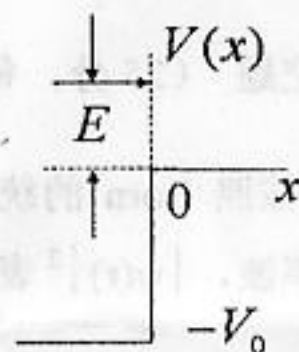
- 1、什么是光吸收与受激辐射的半经典理论。
- 2、简述吸收、受激辐射和自发辐射三种跃迁过程。
- 3、简述正常 Zeeman 效应。
- 4、简述关于电子自旋的 Stern-Gerlach 实验及其物理意义。
- 5、扫描隧穿显微镜的工作原理是隧穿效应, 简述什么是隧穿效应。

三、给定 (θ, φ) 方向单位矢量 $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta)$, 求 $\sigma_n = \vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ 的本征值 λ 和本征态 $\phi = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ 。(20分)

四、二维谐振子势 $V(x, y) = \frac{1}{2}m\omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2}m\omega_y^2 y^2$, 设 $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{1}{2}$, 求能级的分布和简并度。(20分)

五、设粒子(能量 $E > 0$)从左入射, 碰到图1所示的势阱, 求透射系数与反射系数。提示: 粒子流密度定义:

$\mathbf{j} = -i \frac{\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$ 。



(20分)

图1

六、力学量 A 和 B 对易。A 的本征值为 A_n , 是非简并的。求证: A 和 B 一定有共同本征态。(20分)

七. 一维运动粒子的状态是

$$\psi(x) = \begin{cases} 2\lambda^{3/2} x e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

其中 $\lambda > 0$, 求粒子位置和动量的测不准关系 $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p)^2}$ 。

提示: $\overline{(\Delta x)^2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2$; $\overline{(\Delta p)^2} = \overline{p^2} - \bar{p}^2$; $\hat{p} = -i\hbar \nabla$; $\int_0^{+\infty} x e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda^2}$ 。

(20分)