准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密 封 线 内 不 要 答 题

華中科技大学

二〇〇六年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：高 等 代 数

适用专业：基础数学、应用数学、计算数学、概率统计、

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

以下各题每题 15 分，共 150 分

一、设 $A=(a_{ij})$ 是 n 阶非零实方阵，且 $|A|$ 的每一个元素 a_{ij} 都等于它的代数余子式 A_{ij}，求秩 A。

二、求矩阵

$$A(\lambda)=\begin{bmatrix} 1-\lambda & \lambda^2 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -\lambda \\ 1+\lambda^2 & \lambda^2 & -\lambda^2 \end{bmatrix}$$ 的标准形。

三、设 x_1 是矩阵 A 的属于特征根 λ 的特征向量，向量组 $x_1,x_2,\cdots x_s$ 满足 $(A-\lambda E)x_{i+1}=x_i$，$i=1,2,\cdots,s-1$，证明 $x_1,x_2,\cdots x_s$ 线性无关，其中 E 为与 A 同阶的单位阵。

四、设 n 阶方阵 A 的 n 个特征根互异，B 与 A 有完全相同的特征根，证明存在矩阵 Q 及可逆矩阵 P，使 $A=PQ,B=QP$ 。

五、设 $A\neq O$ 是 $m\times n$ 矩阵，$b^T=(b_1,\cdots,b_m)^T,A^TX=0$ 的解空间为 W，证明线性方程组 $AX=b$ 有解的充分必要条件是 $b\perp W$。

试卷编号：401

六、设A是正定矩阵，B是半正定矩阵，证明AB的特征根为非负实数

七、设A为n阶方阵，A的各行与各列恰有一个非零元素且为1或-1证明A的特征根都是单位根。

八、设方阵A的最小多项式为$m(\lambda)$，而$g(\lambda)$为任意多项式，证明$g(A)$可逆的充分必要条件是$\left(g(\lambda),m(\lambda)\right)=1$。

九、设σ是数域P上n维线性空间V的线性变换，W_1,W_2是V的子空间，并且$V=W_1\oplus W_2$，证明σ有逆变换的充分必要条件是$V=\sigma(W_1)\oplus\sigma(W_2)$。

十、设A和B分别是m阶和n阶方阵，且A与B无公共特征根，证明满足等式$AX=XB$　　$X\in P^{m\times n}$的矩阵X只能是零矩阵。