

华中科技大学

二〇〇六年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 离散数学

适用专业: 计算机结构, 计算机软件理论, 计算机应用技术, 信息安全

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、设有集合 A , $\#A=3$, 求出 A 上具有反自反性且反对称性的二元关系的数目, 并写出计算过程。

(若对任意 $a \in A$, 有 $(a, a) \notin \rho$, 则称 ρ 是 A 上的反自反关系) (15 分)

二、设 A 是具有 n 个元素的集合, 求出 A 上具有对称性的二元关系的数目。(15 分)

三、有三只外型完全相同的盒子, 每只盒子里放着两个球, 一只盒子里放一个白球和一个黑球, 一只盒子里放两个白球, 一只盒子里放两个黑球, 而每只盒子外面分别贴着一张标签, 标明“黑白”, “白白”, “黑黑”的字样, 但由于疏忽, 标签全贴错了, 它们都与盒子里装的球不相符。

试问: 如果我们要求从其中的一只盒子里取出一个球, 就能推出该盒子中另一个球的颜色, 那么应当从哪只盒子里去取这一个球呢? 我们又如何根据这个盒子里两个球的颜色推出另外两个盒子里各装什么颜色的球呢?

对以上两个问题作出回答, 并写出分析过程。 (15 分)

四、设有函数 $f:A \rightarrow B$, $g:B \rightarrow C$ 和 $h:C \rightarrow A$, 且 hgf 和 gfh 均是满射, fgh 是内射, 试证明 f 是双射。 (20 分)

五、设 f 是由布尔代数 $V_1 = \langle B_1; -, \vee, \wedge \rangle$ 到布尔代数 $V_2 = \langle B_2; ', \cup, \cap \rangle$ 的同态映射, 其中 V_1 的最小, 最大元分别为 0 和 1, V_2 的最小, 最大元分别为 α 和 β ,

令 $J = \{x | x \in B_1, f(x) = \alpha\}$ (20 分)

若 $J \neq \emptyset$, 试证明:

(1) $0 \in J$ 。

(2) 若 $a \in J$, 则对 $\forall x \in B_1$, 由 $x \leq a$, 可得 $x \in J$ 。

(3) $\langle J; \vee, \wedge \rangle$ 构成一代数系统。

六、设 $G = \{(a, b) | a, b \in R \text{ 且 } a \neq 0\}$, 其中 R 为实数集合。定义 G 上的二元运算 $*$:

对任意 $(a, b), (c, d) \in G$, $(a, b) * (c, d) = (a \times c, b \times c + d)$, 这里 $\times, +$ 分别表示通常数的乘法和加法运算, 试证明:

(1) $\langle G; * \rangle$ 是群。

(2) 令 $H = \{(1, b) | b \in R\}$, 则 $\langle H; * \rangle$ 是 $\langle G; * \rangle$ 的子群。 (20 分)

七、证明任一棵树是一个二部图。 (15 分)

八、在谓词逻辑中将下一语句符号化，使用全总个体域

“有些男人比所有的女人高，但至少有一个女人比某些男人高” (15 分)

九、将下列语句符号化，并构造下面推理的形式证明（个体域为实数集）

“如果存在偶数，则所有有理数都可以表示成分数。如果存在素数，则存在有理数。因此，如果存在偶素数，则存在分数。” (15 分)