

华中科技大学

二〇〇六年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

适用专业: 理论物理、凝聚态物理、光学、材料物理与化学

(除画图题外,所有答案都必须写在答题纸上,写在试题上及草稿纸上无效,考完后试题随答题纸交回)

一、选择题 (共5题,每题6分)

1. 用 150 伏特的电压加速电子,其德布罗意波长为 1\AA , 如果用相同的电压加速质子,其德布罗意波长为

- (A) 23\AA ; (B) 2.3\AA ; (C) 0.23\AA ; (D) 0.023\AA .

2. 已知电子的波函数为 $\psi(r) = Ne^{-\alpha r/a_0}$, 则电子几率分布的最可几半径为

- (A) a_0/α ; (B) αa_0 ; (C) a_0/α^2 ; (D) $\alpha^2 a_0$.

3. 已知在某个区域内粒子的波函数为 $\psi(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x}$, (A 和 B 均为实数,且满足 $A > B$) 则粒子的几率流密度的大小和方向为

(A) $\frac{\hbar k_1}{2\mu}(A^2 - B^2)$, 方向沿 x 轴正向; (B) $\frac{\hbar k_1}{\mu}(A^2 - B^2)$, 方向沿 x 轴正向;

(C) $\frac{\hbar k_1}{2\mu}(A - B)^2$, 方向沿 x 轴正向; (D) $\frac{\hbar k_1}{2\mu}(A^2 - B^2)$, 方向沿 x 轴负向.

试卷编号: 402

共 4 页
第 1 页

4. 设氢原子处于状态 $\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \phi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \phi)$,

则氢原子的能量和角动量平方的取值为

(A) $-\frac{\mu e_s^4}{8\hbar^2}, \sqrt{2}\hbar^2$; (B) $-\frac{\mu e_s^4}{4\hbar^2}, 2\hbar^2$;

(C) $-\frac{\mu e_s^4}{8\hbar^2}, 2\hbar^2$; (D) 没有确定值.

5. 已知泡利矩阵为 $\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; 则在自旋态

$\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 中, 自旋角动量算符 \hat{S}_x 和 \hat{S}_y 的均方偏差分别为

(A) $\frac{\hbar^2}{8}, \frac{\hbar^2}{8}$; (B) $0, \frac{\hbar^2}{4}$; (C) $\frac{\hbar^2}{4}, \frac{\hbar^2}{4}$; (D) $\frac{\hbar^2}{4}, 0$.

二、基本概念题 (共4题, 每题5分)

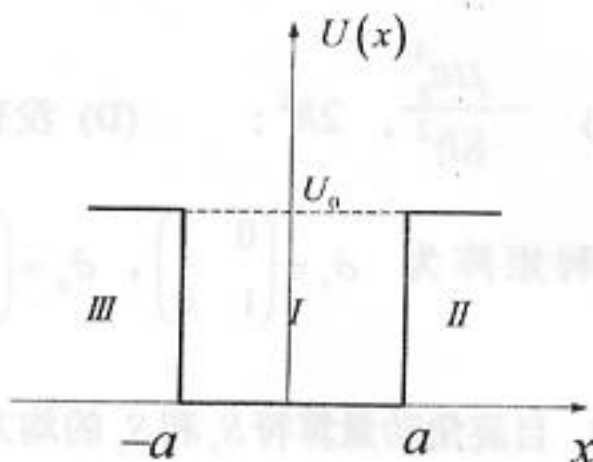
1. 什么是态迭加原理? 用态迭加原理解释电子在晶体表面的衍射现象。
2. 写出量子力学的几率守恒定律的微分形式和积分形式. 几率流密度与质量流密度有什么关系? 和电荷流密度有什么关系?
3. 什么是算符的本征值和本征函数? 当体系处于波函数 ψ 所描写的某一状态时, 测量某个力学量 F 的数值与算符 \hat{F} 的本征值有什么关系?
4. 什么是全同性原理? 描写全同粒子体系状态的波函数的对称性是否随时间改变? 为什么?

三、计算与证明题 (共5题, 每题20分)

1. 一粒子在一维势阱

$$U(x) = \begin{cases} U_0 > 0, & |x| > a, \\ 0, & |x| \leq a \end{cases}$$

中运动, 求束缚态 ($0 < E < U_0$) 的能级所满足的方程。



第1题图

- 不通过求解薛定谔方程, 证明处于宽度为 a 的一维无限深势阱中的基态粒子的能量与宽度 a 的平方成反比, 即 $E_1 \propto a^{-2}$ 。
- 薛定谔方程中, 如果势能函数由 $U(x) \rightarrow U(x) + U_0$, 是否会导致波函数发生变化? 是否会导致能量的本征值发生变化? 如果势能函数由 $U(x) \rightarrow U(x+a)$ 则是否会导致波函数发生变化? 是否会导致能量的本征值发生变化? 试加以分析说明。
- 体系未受微扰作用时只有两个能级: E_{01} 和 E_{02} , 现在受到微扰 \hat{H}' 的作用, 微扰矩阵元为 $H'_{12} = a$, $H'_{21} = b$, $H'_{11} = c$, $H'_{22} = d$, a, b, c, d 均为实数. 假设满足非简并条件, 求能量至二级修正值。

5. 证明在自旋态 $\chi_1(S_z)$ 中, 算符 \hat{S}_x 和 \hat{S}_y 的均方偏差 $(\Delta S_x)^2$ 和 $(\Delta S_y)^2$ 满足测不准关系。

二〇〇六年六月清华大学物理系

量子力学

清华大学物理系

量子力学

(共 4 页, 第 2 页)

kaoyan.com

向五轴 x 轴向式 $(\frac{1}{2}\hbar - \frac{1}{2}\hbar) \frac{\Delta S_x}{\hbar}$ (B) ; 向五轴 x 轴向式 $(\frac{1}{2}\hbar - \frac{1}{2}\hbar) \frac{\Delta S_x}{\hbar}$ (A)

向五轴 x 轴向式 $(\frac{1}{2}\hbar - \frac{1}{2}\hbar) \frac{\Delta S_x}{\hbar}$ (C) ; 向五轴 x 轴向式 $(\frac{1}{2}\hbar - \frac{1}{2}\hbar) \frac{\Delta S_x}{\hbar}$ (D)