准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密 封 线 内 不 要 答 题

華中科技大學

二○○六年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目：数　学

适用专业：物理类各专业

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

一、**单项选择题**（本题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分）

1. 设 $f(x)=\dfrac{1+e^{1/x}}{2+e^{1/x}}$ ，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　）

(A) 连续点　(B) 可去间断点　(C) 跳跃间断点　(D) 第二类间断点

2. 设微分方程 $y'+p(x)y=0$ 有一个解 $y=\cos 2x$，则对于初始条件 $y(0)=2$，该方程的特解是（　）

(A) $2\cos 2x$　(B) $1+\cos 2x$　(C) $2+\sin 2x$　(D) $2\cos x$

3. 二元函数 $z=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在原点 O(0, 0)处（　）

(A) 偏导不存在且不连续　(B) 连续，但是偏导不存在

(C) 偏导存在，但是不连续　(D) 连续且偏导存在，但不可微

4. 设 A 为三阶方阵，方程组 $AX=0$ 的解空间维数为 2。则（　）

(A) $AX=0$ 的解都是 $A^*X=0$ 的解

(B) $A^*X=0$ 的解都是 $AX=0$ 的解

(C) 方程组 $A^*X=0$ 的解空间维数为 1

(D) 方程组 $A^*X=0$ 的解空间维数为 2

试卷编号：395

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，共计 30 分）

5. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&4&0\\0&2&5\\0&0&3\end{bmatrix}$，$I$ 为三阶单位矩阵，则

$|A^{-1}+I|=$ ________.

6. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&x\end{bmatrix}$ 与矩阵 $B=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$ 相似，则 $x=$ ________.

7. 定积分 $\int_0^{\pi}\sqrt{\sin x-\sin^3 x}\,dx=$ ________.

8. 逐次积分 $I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dy$ 在更换积分次序后的形式为

$I=$ ________________.

9. 空间曲线 $\Gamma:\begin{cases}z=3x^2+y^2\\ z=1-x^2\end{cases}$ 在 xOy 平面上的投影曲线方程为

________.

10. 微分方程 $y''-4y=e^{2x}$ 的通解为________________.

三、（以下共 10 小题，每小题 10 分，共计 100 分。必须写出关键的解答过程）

11. 设三元函数 $u=f(x,y,z)$ 的自变量满足方程 $g\left(x^2,e^y,z\right)=0$ 和 $y=x^3$，其中 g 具有连续偏导数，求 $\dfrac{du}{dx}$

12. 假设金属板上点 (x,y) 的温度为 $T(x,y)=4x^2-4xy+y^2$，一只蚂蚁在板上沿着圆周 $x^2+y^2=25$ 移动，它所遇到的最高温度和最低温度分别是多少？

13. 判定矢量场 $\mathbf{F}=\left\{2xe^y+ze^x,x^2e^y,e^x\right\}$ 是否为梯度场，如果不是，说明理由；如果是，求出其势函数 u.

14. 三个半径均为 R 的圆柱体的对称轴两两正交于同一点。使用重积分计算这三个圆柱体的交集 Ω（指重叠部分）的体积值 V 。

15. 计算 $I=\int_L xdy-ydx$， 其中 L 是上半球面 $x^2+y^2+z^2=1\ (z\ge 0)$ 与柱面 $x^2+y^2=x$ 的交线，从 z 轴正向向下看，L 取逆时针指向。

16. 证明：（1）数列 $\{x_n\}$ 收敛的充分必要条件为级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(x_{n+1}-x_n)$ 收敛；

（2）数列 $x_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\quad(n=1,2,\cdots)$ 是收敛数列。

17. 张三与李四参加秋季田径运动会的百米赛，分在同一小组，成绩都是 12 秒。使用数学方法证明：在比赛中的某一时刻他们的速度相同。

18. 设 $A=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&1&2\end{bmatrix}$，求正交矩阵 C 和对角矩阵 Λ，使得矩阵 $C^TAC=\Lambda$.

19. 计算方程组 $\begin{cases}x_1+3x_3+x_4=2\\x_1-3x_2+x_4=-1\\2x_1+x_2+7x_3+2x_4=5\end{cases}$ 的通解.

20. 已知三个向量组 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$， $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 和 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5\}$ 的秩依次为3, 3, 4，试分析向量组 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5-\alpha_4\}$ 的秩的大小。