

# 华中科技大学

## 二〇〇六年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 优化技术

适用专业: 环境工程、水文学及水资源

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、判断题 (认为正确打√, 认为错误打×。每小题 5 分, 共 30 分)

1. 两凸集之交一定是凸集, 但两凸集的并不一定是凸集。 ( )
2. 如果线性规划及其对偶问题都有可行解, 则它们都有最优解。 ( )
3. 对线性规划问题, 两组不同的基有可能对应同一解。 ( )
4. 用共轭梯度法求解  $n$  维无约束优化问题  $\min_{x \in R^n} f(x)$ , 从理论上说, 最多进行  $n$  次迭代即可收敛。 ( )
5. 在约束优化问题  $\min_{x \in S} f(x)$  的最优解处, 一定不存在下降可行方向。 ( )
6. 动态规划方法要求决策变量具有无后效性。 ( )

二、(25 分) 给定线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

1. 用单纯形法求解该问题;
2. 画出其可行域, 并在图上标明上面单纯形法的迭代路线。

三、(25 分)给定线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 9 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \end{aligned}$$

1. 写出其对偶问题；
2. 已知此问题的最优解为  $x^*=(2,2,4,0)$ ，试根据对偶理论，直接求出对偶问题的最优解。

四、(25 分)对于问题

$$\begin{aligned} \min z &= 3x_1 + 2x_2 + x_3^2 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3^2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

1. 写出 K-T 条件；
2. 用上述条件求 K-T 点；
3. 说明所求 K-T 点是否为最优解。

五、(20 分)证明凸规划的最优解集组成一个凸集。

六、(25 分)如下图，图中数字为两点之间的距离。试用动态规划方法，求从 A 到 G 的一条最短路线。

