

二〇〇七年招收硕士研究生

入学考试自命题试题

考试科目: 离散数学

适用专业: 计算机科学与技术、建筑技术科学

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题纸上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、设 $S_n = \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$ 和 $S_{n+1} = \{a_0, a_1, \dots, a_n, a_{n+1}\}$, 试用 2^{S_n} 和 a_{n+1} 表示出 $2^{S_{n+1}}$. (15 分)

二、设 N 是自然数集合, 在 N 上定义二元关系 R :

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in N \text{ 且 } x+y \text{ 为偶数}\}$$

(1) 证明 R 是 N 上的等价关系;

(20 分)

(2) 找出 R 的所有等价类;

(3) 构造一个从 N 到 N 的函数 f , 使得 R 是由 f 导出的等价关系。(即, 要求你构造的 f , 使得 R 满足 $R = \{(x, y) \mid x, y \in N, \text{ 且 } f(x) = f(y)\}$)

三、6 个结点, 12 条边的连通平面图有多少个面? 每个面有多少条边? 为什么? 请画出这样的平面图。 (15 分)

四、设有函数 $f: A \rightarrow B$ ，定义函数 $g: 2^A \rightarrow 2^B$ ，对 $\forall H \subseteq A$ ，有

$$g(H) = \{f(a) \mid a \in H\}.$$

试问：对 $\forall H_1, H_2 \subseteq A$ ，

$$g(H_1) - g(H_2) = g(H_1 - H_2) \text{ 是否成立?}$$

若成立，给出证明；若不成立，举出反例。（15分）

五、设 $\langle H_1; * \rangle, \langle H_2; * \rangle$ 是群 $\langle G; * \rangle$ 的两个互不包含的子群，则 G 的子集

$H_1 \cup H_2$ 是否构成 G 的子群？对你的结论说明理由。（15分）

六、设 $\langle S_1; \leq_1 \rangle$ 和 $\langle S_2; \leq_2 \rangle$ 均是格， f 是 S_1 到 S_2 的双射，证明： f 是同构映

射的充分必要条件是：对 $\forall a, b \in S_1$ ，有 $a \leq_1 b \Leftrightarrow f(a) \leq_2 f(b)$ 。

（20分）

七、对于任意的简单图 $G = (V, E)$ ，其补图为 $\bar{G} = (V, \bar{E})$ ，试证明： G 或

者 \bar{G} 是连通的。（15分）

八、已知如下事实：

小李或小赵是先进工作者；如果小李是先进工作者，则小张不是先进工作者；若小赵不调动工作，则领奖大会 12 月开；若小赵调动工作，则小张是先进工作者；领奖大会 12 月没有开。

问：谁是先进工作者？试用命题逻辑中的“形式证明”方法写出推理过程。（20分）

九、用形式证明的方法证明

$$\forall x((P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists y(R(y) \wedge S(x, y))) \Rightarrow \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists yR(y)$$

（15分）