

# 二〇〇七年招收硕士研究生

## 入学考试自命题试题

考试科目: 信号与线性系统

适用专业: 信息与通信工程、电磁场与微波技术、生物信息技术、电路与系统、模式识别与智能系统、信息安全、机械工程、仪器科学与技术、建筑技术学科

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题纸上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. 已知某系统的输出  $r(t)$  与输入  $e(t)$  之间的关系为  $r(t) = e(2t) + \frac{de(t)}{dt}$ , 试判断该系统特性 (线性、时不变) \_\_\_\_\_。

2.  $\int_{-\infty}^{\infty} (2t^2 + 3t) \delta(\frac{1}{2}t - 2) dt =$  \_\_\_\_\_。

3. 信号  $f(t) = \frac{d}{dt}[e^{-2(t-1)}\varepsilon(t)]$  的傅立叶变换  $F(j\omega)$  等于 \_\_\_\_\_。

4. 频谱函数  $F(j\omega) = g_s(\omega) \cos(\pi\omega)$  的傅里叶逆变换  $f(t)$  等于 \_\_\_\_\_。

5. 单边拉普拉斯变换  $F(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s(1 - e^{-sT})}$ ,  $T > \tau$  的原函数  $f(t)$  等于 \_\_\_\_\_。

6. 某连续时间系统的单位冲激响应  $h(t) = \delta(t) - 2e^{-t}\varepsilon(t) + e^{2t}\varepsilon(-t)$ , 则其系统函数及其收敛域为 \_\_\_\_\_。

7. 序列  $2^k \sum_{i=0}^{k-1} [(-1)^i \varepsilon(i)]$  的单边 Z 变换为 \_\_\_\_\_。

8. 某线性时不变离散时间系统, 若其单位阶跃响应为  $(\frac{1}{2})^k \varepsilon(k)$ , 则该系统的系统函数为  $H(z) =$  \_\_\_\_\_。

二、简答题（每小题 6 分，共 36 分）

1. 已知  $\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(j\omega)$ ,  $f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1[2(\tau-1)]d\tau$ , 求  $F_2(j\omega) = \mathcal{F}[f_2(t)]$ .

2. 已知一个因果系统的系统函数  $H(s) = \frac{s-2}{s-1}$ , 其零状态响应为

$r(t) = e^{-t}\varepsilon(t)$ , 求可能的输入信号  $e(t)$ 。

3. 一个稳定的因果线性时不变系统的系统函数为  $H(s)$ 。该系统的输入由三项之和组成，其中一项是单位冲激  $\delta(t)$ ，另一项是复指数  $e^{s_0 t}$  ( $s_0$  是复常数)。而对该输入产生的输出响应为

$r(t) = \delta(t) - 6e^{-t}\varepsilon(t) + \frac{8}{34}e^{4t}\cos 3t - \frac{36}{34}e^{4t}\sin 3t$ , 求系统函数  $H(s)$ 。

4. (1) 求  $x(k) = |k|(\frac{1}{3})^{|k|}$  的双边  $z$  变换。

(2) 已知  $X(z) = \frac{2z^2 - 3z + 1}{z^2 - 4z - 5}$ , 求对应的原右边序列。

5. 设离散因果系统的阶跃响应为  $g(k)$ , 已知系统对输入  $e(k)$  的零状态

响应为  $y_z(k) = \sum_{i=0}^k g(i)$ , 求系统的输入  $e(k)$ 。

6. 设一线性时不变系统在零输入条件下  $x'(t) = Ax(t)$ ,

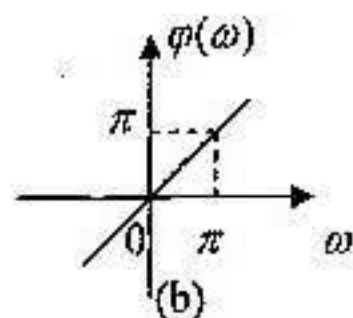
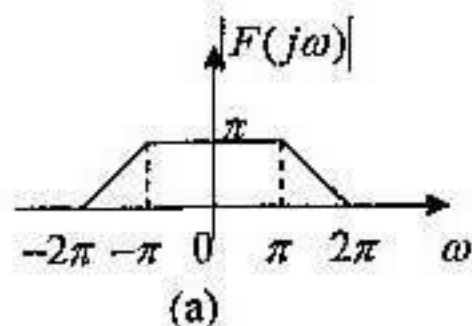
当  $x(0_-) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  时,  $x(t) = \begin{bmatrix} 6e^{-t} - 4e^{-2t} \\ -3e^{-t} + 4e^{-2t} \end{bmatrix} \varepsilon(t)$ ;

当  $x(0_-) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  时,  $x(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - 2e^{-2t} \\ -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix} \varepsilon(t)$ , 求矩阵  $A$ 。

三、(12 分) 已知信号  $f(t)$  的傅里叶变换为  $F(j\omega) = |F(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}$ ,

其幅频特性和相频特性分别如图一(a)、(b)所示。试计算:

(1)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega t} dt$ ; (2)  $\int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt$ ; (3)  $f(t) * \frac{\sin t}{t}$ 。



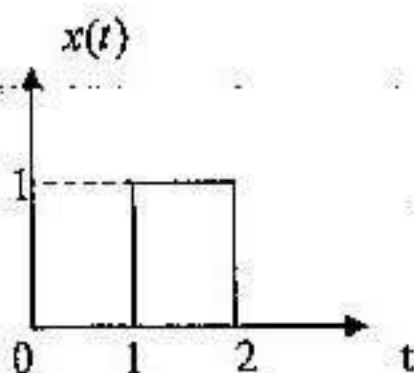
图一

四、(12分) 已知一因果线性时不变系统的单位冲激响应  $h(t)$  满足

微分方程:  $\frac{dh(t)}{dt} + ah(t) = 2e^{-4t}\varepsilon(t) + 2\varepsilon(t)$ , 当该系统的输入

$e(t) = e^{2t}$  (对所有  $t$ ) 时, 输出  $r(t) = \frac{1}{3}e^{2t}$  (对所有  $t$ ),

- (1) 试确定  $a$  的值, 判断该系统的稳定性;
- (2) 求该系统对图二所示输入信号  $x(t)$  的零状态响应  $y(t)$ 。



图二

五、(18分) 某稳定的连续时间 LTI 系统的系统函数为

$$H(s) = \frac{3s - 0.5}{(s^2 + 0.5s - 1.5)e^{2s}}$$

- (1) 确定其收敛域, 画出其零极点分布图;
- (2) 求出该系统的单位冲激响应  $h(t)$ ;
- (3) 该系统是因果的 (或能实现) 吗? 若不能实现, 请设计一个与它的幅频特性完全相同的连续时间因果稳定系统, 画出系统并联形式的模拟框图, 写出描述系统的微分方程。

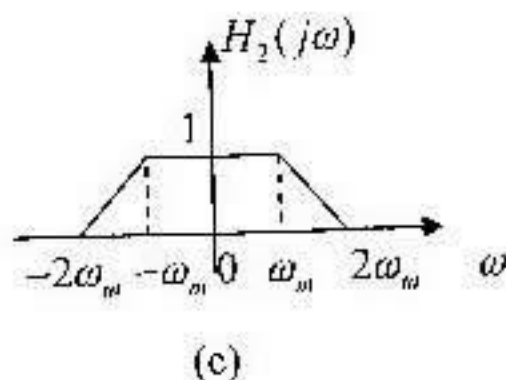
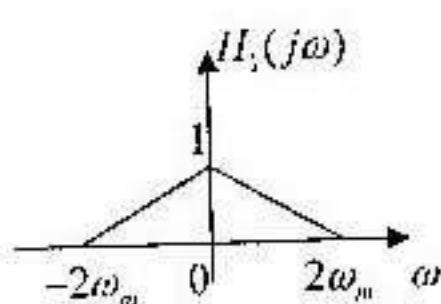
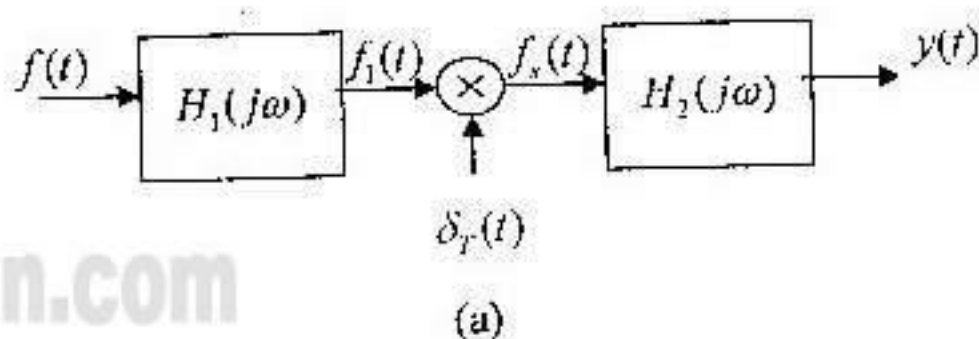
六、(18分) 如图三(a)所示系统, 激励  $f(t) = \frac{\omega_m}{\pi} \text{Sa}(\omega_m t)$ , 系统

$H_1(j\omega)$  的频谱特性如图三(b)所示,  $\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ 。

- (1) 画出  $f_1(t)$  的频谱图;
- (2) 欲从  $f_s(t)$  中无失真地恢复  $f_1(t)$ , 求最大抽样周期  $T$ ;
- (3) 画出在奈奎斯特抽样频率时  $f_s(t)$  的频谱图;
- (4) 在奈奎斯特抽样频率下, 欲使响应信号  $y(t) = f_1(t)$ ,

试问  $H_2(j\omega)$  应具有什么样的特性?

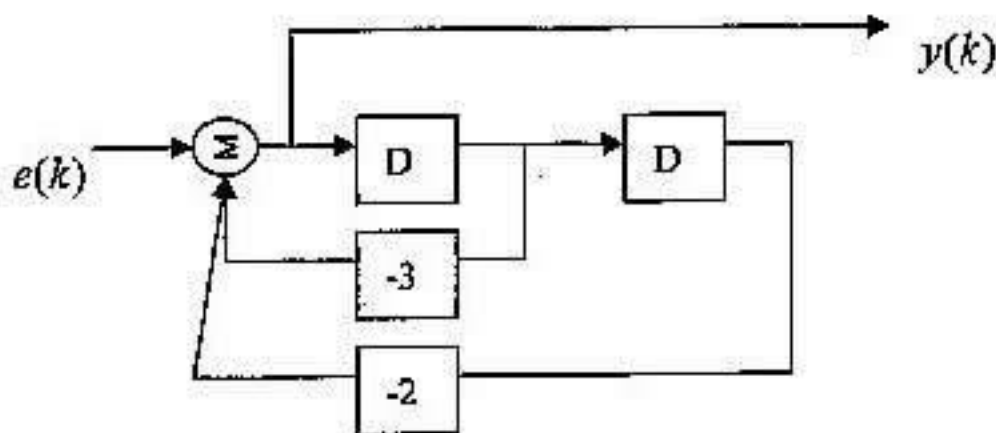
- (5) 若  $H_2(j\omega)$  如图三(c)所示, 问应如何调整抽样频率, 才能保证无失真地恢复  $f_1(t)$ ? 此时的最低抽样频率为多少?



图三

七、(15 分) 线性时不变因果离散系统的框图如图四所示, 已知当输入  $e(k) = 2^k \varepsilon(k)$  时系统的全响应  $y(k)$  的初值为  $y(0) = 3$ ,  $y(1) = -4$ 。

- (1) 求该系统的系统函数  $H(z)$ ;
- (2) 求该系统的零输入响应  $y_{zi}(k)$ ;
- (3) 问该系统是否存在频率响应? 若不存在请说明理由;  
若存在, 请粗略绘出幅频特性。



图四

八、(15 分) 已知离散系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

零输入响应  $y_{zi}(k) = 8(-1)^k - 5(-2)^k, k \geq 0$

- (1) 试求常数  $a$  和  $b$ ;
- (2) 求系统状态变量  $x_1(k)$ 、 $x_2(k)$  的解;
- (3) 求系统的单位函数响应  $h(k)$ 。