武 汉 大 学

2005 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：数学分析　　　　　　　　　　　　科目代码：349

注意：所有的答题内容必须答在答题纸上，凡答在试题或草稿纸上的一律无效。

一、(15 分)设$\{x_n\}$满足:$|x_{n+1}-x_n|=|q_n|\cdot|x_n-x_{n-1}|,|q_n|\le r<1$，证明$\{x_n\}$收敛.

二、(15 分)对任意$\delta>0$.证明级数$\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{x^n}$在$(1,1+\delta)$上不一致收敛.

三、(15 分)设$f(x)=\int_0^1|x-y|\sin\sqrt{y}\mathrm{d}y$，求$f''(x)$.

四、(18 分)判断级数$\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\frac{\ln\ln n}{\ln n}\sin n$是否绝对收敛或条件收敛.

五、(17 分)计算$I=\int\limits_{\Gamma}(y^2-z)\mathrm{d}x+(x-2yz)\mathrm{d}y+(x-y^2)\mathrm{d}z$，其中$\Gamma$为曲线$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\x^2+y^2=2bx\end{cases}$, $z\ge0,0<2b<a$，从z轴正向看去，Γ是反时针方向.

六、(17 分)设$f(x)$在[0,1]上变号，且有连续函数.证明：

$$\min_{[0.1]}f(x)\ge-\int_0^1|f'(x)|\mathrm{d}x.$$

七、(18 分)证明含参量变量反常积分$\int_0^{+\infty}\frac{\sin xy}{x(1+y)}\mathrm{d}y$在$[\delta,+\infty]$上一致收敛（其中$\delta>0$），但在$(0,+\infty)$内不一致收敛.

八、(17 分) 在底半径为a，高为h的正圆锥内作长方体,使其一面与圆锥底面重合，其对面的四个顶点在锥面上，求长方体之最大体积.

九、(18 分)设$a\in(0,1)$, $f(x)$在$[0,a]$上连续，在$(0,a)$内可导及在$(0,a)$内取最值，且满足$f(0)=0$, $f(a)=a$.证明：

1)$\exists\eta\in(0,a)$，使得$f(\eta)=a\eta$；　　2)$\exists\xi\in(0,a)$，使得$f'(\xi)=a$.