

华北水利水电学院 2007 年攻读硕士学位研究生招生命题考试

离散数学 试题

注意事项：1、答案全部答在答题纸上，写在试卷上无效：

2、考试时间 180 分钟（3 个小时）， 满分 150 分

一、（20 分）证明下列等价式：

$$(1) (A \rightarrow D) \wedge (B \rightarrow D) \Leftrightarrow (A \vee B) \rightarrow D;$$

$$(2) ((A \wedge B) \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow (D \vee C)) \Leftrightarrow (B \wedge (D \rightarrow A)) \rightarrow C$$

二、（20 分）三人估计比赛结果，甲说“A 第一，B 第二”，乙说“C 第二，D 第四”，丙说“A 第二，D 第四”。结果三人估计得都不全对，但都对了一个，问 A、B、C、D 的名次。

三、（20 分）用推理规则证明

前提： $(\exists x)P(x) \rightarrow (\forall x)((P(x) \vee Q(x)) \rightarrow R(x))$

$(\exists x)P(x), (\exists x)Q(x)$

结论： $(\exists x)(\exists y)(R(x) \wedge R(y))$

四、（20 分）设某校足球队有球衣 38 件，篮球队有球衣 15 件，棒球队有球衣 20 件，三队队员的总数为 58 人，其中有三人同时参加三队，试求同时参加二队的队员共有几人？

五、（10 分）设 R 是集合 X 上的一个自反关系，求证： R 是对称和传递的，当且

仅当 $\langle a, b \rangle$ 和 $\langle a, c \rangle$ 在 R 之中, 并有 $\langle b, c \rangle \in R$ 。

六、(10分) 定义 I_+ 上的两个二元运算为:

$$a * b = a^b, \quad a \Delta b = a \cdot b, \quad a, b \in I_+$$

证明 $*$ 对 Δ 是不可分配的。

七、(20分) 证明 $\langle I, \oplus, \otimes \rangle$ 是有幺元的交换环, 其中 \oplus 和 \otimes 分别定义为:

$$a \oplus b = a + b - 1, \quad a \otimes b = a + b - a \cdot b, \quad \forall a, b \in I.$$

八、(20分) 当且仅当 G 的一条边 e 不包含在 G 的回路中时, e 才是 G 的割边。

九、(10分) 有 11 个学生打算几天都在一个圆桌上共进晚餐, 并且希望每次晚餐时每个学生两边邻座的人都不相同, 按照这样的要求他们在一起最多能共进几天晚餐。