

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad DX_i = \sigma^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad \text{则 ()}$$

- a. S 是 σ 的无偏估计量。 b. S 是 σ 的极大似然估计量。
 c. S^2 与 \bar{X} 相互独立。 d. S_n 是 σ 相合估计量。

二、填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案填入答题卡。

9 函数 $f(x) = \frac{x+1}{\sin(x+1)}$ 的第二类间断点是_____。

10 广义积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x^2+1)} dx =$ _____。

11 设 a, b, c 为矢量, 且 $c \cdot (a \times b) = 3$, 则 $[(a+b) \times (b+c)] \cdot c =$ _____。

12 设函数 $z = \ln(x^2 + y^2)$, 当 $x=2, y=1, \Delta x=0.1, \Delta y=-0.1$ 时,

全微分 $dz =$ _____。

13 设 A 为 n 阶矩阵, A^* 为 A 的伴随矩阵, 则行列式 $|AA^*| =$ _____。

14 三人独立地去破译一份密码, 已知各人能译出的概率分别为 $1/5, 1/3, 1/4$, 则三人中至少有一人能译出此密码的概率为 $\frac{3}{5}$ 。

三 解答题 15-23 题, 共 94 分, 请将答案写在答题纸上。

15 求下列极限。(12分)

1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$.

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x t^2 e^{t^3} dt}{x e^{x^2}}$.

16 设函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, 试求其单调区间、极值点、凹凸区间、拐点和渐近线,

并画出函数草图。(12分)

- 17 设 $t \in (0, \frac{\pi}{2})$, $S_1(t)$ 为曲线 $y = \sin x$ ($x \in [0, \frac{\pi}{2}]$) 和直线 $y = 0, x = t$ 所围成图形的面积, $S_2(t)$ 为曲线 $y = \sin x$ ($x \in [0, \frac{\pi}{2}]$) 和直线 $y = 1, x = t$ 所围成图形的面积。问 $S_1(t) + S_2(t)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内是否有最大、最小值? 若有, 求出来。(10分)

18 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$ 的通解。(9分)

19 设函数 $f(x, y) = \int_{x+y}^{xy} e^{-t^2} dt$, 求 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ 。(9分)

20 求幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n(n-1)} x^{n+1}$ 的收敛域与和函数。(10分)

21 计算 (14分)

1) $I = \iint_D xy dx dy, D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}$,

2) $I = \int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$, L 为沿 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 从 $(0, 0)$ 点到 $(1, 1)$ 点。

22 设 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1+\lambda \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+\lambda \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1+\lambda \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \\ \lambda^2 \end{pmatrix}$ 为四个三维向量。问 λ 取

何值时

1) β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出, 且表达式唯一?

2) β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出, 且表达式不唯一? (9分)

23 设 $\xi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 是矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量, 试求 a, b 及 ξ 所对应

的特征值。(9分)

