

类别: A 卷

河南师范大学

二〇一〇年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 363 名称: 数学(理) 适用专业或方向: 计算机软件与理论
(共 23 题, 4 页。必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师
索要。)

一、单项选择题(1-8 题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将答案写在答题纸上。

1 函数 $f(x) = x^2 \sin x e^{\cos x} (-\infty < x < +\infty)$, 是 ()

- a. 有界函数 b. 单调函数 c. 周期函数 d. 奇函数

2 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-2x)}{x} = -2$, 则 $f'(x)$ 等于 ()

- a. 1 b. -1 c. 0 d. $\frac{1}{2}$

3 若 $\frac{\ln x}{x}$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f'(x) dx =$ ()

- a. $\frac{\ln x}{x} + c$ b. $\frac{1 + \ln x}{x^2} + c$ c. $\frac{1}{x} + c$ d. $\frac{1}{x} - \frac{2 \ln x}{x} + c$

4 如果函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处偏导数 $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$;
则 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处 ()

- a. 连续 b. 可微
c. 存在任意方向的方向导数 d. 可能有极值.

5 四阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$ 的值等于 ()

- a. $a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4$ b. $a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 b_2 b_3 b_4$
c. $(a_1 a_2 - b_1 b_2)(a_3 a_4 - b_3 b_4)$ d. $(a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4)$

6 设下列向量组

$$\vec{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\alpha}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ a \end{pmatrix} \text{ 线性相关, 则 } a = \quad ()$$

a. $a = 2$ 或 -1 . b. $a = 1$ 或 -1 . c. $a = 2$ 或 1 . d. $a = -2$ 或 -1 .

7 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, $Y = 2X + 1$ 则 Y 服从. $()$

a. $Y \sim N(1,4)$ b. $Y \sim N(0,1)$ c. $Y \sim N(1,1)$ d. $Y \sim N(1,2)$

8 现有 5 个灯泡的寿命 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 独立同分布, 且 $EX_i = a, DX_i = b$,

$i = 1, 2, 3, 4, 5$, 则 5 个灯泡的平均寿命 $Y = \frac{1}{5}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$ 的

方差 $DY = \quad ()$

a. $5b$ b. b c. $0.2b$ d. $0.04b$

二. 填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上。

9 设函数 $f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 α 满足条件 _____.

10 广义积分 $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11 设 $f(x)$ 在 $x = 2$ 的某邻域内可导, 且 $f'(x) = e^{f(x)}$, $f(2) = 1$, $f''(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12 函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 $P(1,0)$ 到 $Q(2,-1)$ 的方向导数为 _____.

13 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, B 为三阶非零矩阵, 且 $AB = 0$, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

14 若随机变量 X 服从均值为 2, 方差为 σ^2 的正态分布, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$,

则 $P\{X < 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$

三 解答题 15-23题, 共94分, 请将答案写在答题纸上。

15 求下列极限。(12分)

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x^2)}{\sec x - \cos x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$$

16 设函数 $f(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$, 试求其单调区间、极值点、凹凸区间、拐点和渐近线,

并画出函数草图。(12分)

17 已知曲线 $y = a\sqrt{x} (a > 0)$ 与曲线 $y = \ln \sqrt{x}$ 在点 (x_0, y_0) 处有公切线, 求

(1) 常数 a 及切点 (x_0, y_0) ;

(2) 两曲线与 x 轴围成的平面图形的面积 S ;

(3) 两曲线与 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积。(10分)

18 求微分方程 $xy'' + 3y' = 0$ 的通解。(9分)

19 求函数 $z = x^2 - y^2 + 2$ 在椭圆域 $D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}$ 上的最大最小值。

(9分)

20 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x^{2n-1}$ 的收敛域与和函数。(10分)

21 计算 (14分)

$$(1) I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}\};$$

$$(2) I = \oiint_S (x-y) dx dy + (y-z) x dy dz, \text{ 其中 } S \text{ 为由柱面 } x^2 + y^2 = 1 \text{ 及}$$

$z = 0, z = 3$ 所围柱体的表面外侧。

22 求解方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \quad (9 \text{ 分})$$

23 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量. (9 分)