

试卷编号: A 卷试题

河南师范大学

二〇一一年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 602 名称: 数学(理) 适用专业或方向: 计算机软件与理论
(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要.)

一 单项选择题 (1-8 题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将答案写在答题纸上。

1 当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x$ 是 x^2 的 ()

- a. 高阶无穷小 b. 同阶而非等价无穷小 c. 等价无穷小 d. 低阶无穷小

2 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 在点 $x=0$ 处 ()

- a. 可导 b. 连续但不可导 c. 不连续 d. 有二阶导数

3 设 $f'(x)$ 连续, 下列各式错误的是 ()

- a. $(\int f(x) dx)' = f(x)$ b. $d \int f(x) dx = f(x) dx$
c. $\int f'(x) dx = f(x)$ d. $\int df(x) = f(x) + c$

4 设 $f_x(x_0, y_0) = 0, f_y(x_0, y_0) = 0$, 则函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处 ()

- a. 连续 b. 可微 c. 有极限 d. 可能取得极值

5 若 n 个向量 a_1, a_2, \dots, a_n 线性相关, 则使等式

$$k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n = 0$$

成立的常数 k_1, k_2, \dots, k_n 为 ()

- a. 任意一组常数 b. 任意一组不全为 0 的常数
c. 一组不全为 0 的常数 d. 唯一的一组不全为 0 的常数

6 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 的属于特征值 -2 的特征向量为 ()

- a. $k(4, 5)$ b. $k(4, -5)$ c. $k(5, -4)$ d. $k(3, -5)$

7 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上等于 $\sin x$, 而在此区间外等于 0, 若 $f(x)$ 可以作

为某连续型随机变量 X 的密度函数, 则区间 $[a, b]$ 为 ()

- a. $[0, \frac{\pi}{2}]$; b. $[0, \pi]$; c. $[-\frac{\pi}{2}, 0]$; d. $[0, \frac{3}{2}\pi]$;

8 设10个电子管的寿命 $X_i (i=1 \sim 10)$ 独立同分布, 且 $D(X_i) = a (i=1 \sim 10)$,

则10个电子管的平均寿命 Y 的方差 $D(Y) =$ ().

a. a ; b. $0.1a$; c. $0.2a$; d. $10a$.

二、填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上。

9 函数 $f(x) = \frac{\sin x \cdot e^x}{x(x^2 - 1)}$ 的第二类间断点为 $x =$ _____.

10 积分 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}} =$ _____.

11 过点 $(1, 0, -1)$ 且平行于向量 $a(2, 1, 1)$ 和 $b(1, -1, 0)$ 的平面方程为 _____.

12 函数 $z = e^{x^2+y^2}$ 当 $x=1, y=1, \Delta x=0.1, \Delta y=-0.1$ 时的全微分 $dz =$ _____.

13 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩 $=$ _____.

14 若随机变量 X 服从均值为 2, 方差为 σ^2 的正态分布, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$,

则 $P\{X < 0\} =$ _____.

三 解答题 15-23 题, 共 94 分, 请将答案写在答题纸上。

15 求下列极限。(12分)

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \sin x}$$

16 证明: 当 $x > 1$ 时, $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$. (10分)

17 设曲线 $y = 1 - x^2 (0 \leq x \leq 1)$ 和 x 轴 y 轴所围成区域被曲线 $y = ax^2 (a > 0)$ 分为面积相等的两部分, 求 a 的值。(10分)

18 求微分方程 $y'' - 2y' - 3y = 3x + 1$ 的通解。(10分)

19 设 $z = xyf(\frac{y}{x})$, $f(u)$ 可导, 求 $xz'_x + yz'_y$ (10分)

20 将函数 $f(x) = x + 1 (0 \leq x \leq \pi)$ 展成正弦级数 (10分)

21 计算 (14分)

1) 用柱坐标计算 $I = \iiint_V z dx dy dz$ 其中 V 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 和平面 $z = 4$ 所围成的区域.

2) 验证积分 $I = \int_{(1,1)}^{(2,3)} (x+y)dx + (x-y)dy$ 与路径无关并计算之。

22 求方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

的解. (9分)

23 设向量组

$$\begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

的秩为 2, 求 a, b . (9分)