

试卷编号: B 卷试题

# 河南师范大学

## 2012 年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 616 名称: 高等数学 适用专业或方向: 物理学  
(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

- 一. (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)}$  (5 分) (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = ?$  (5 分)
- 二. (1) 用拉格朗日成书法求表面积为  $a^2$  而体积最大的长方体的体积。 (5 分)  
(2) 计算积分  $\int_0^{0.1} e^{-x^2} dx$ , 精确到  $10^{-6}$ 。 (5 分)
- 三. 经过椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  上一点 M 引切线, 与坐标轴构成一个三角形, 使三角形面积最小, 求点 M 的坐标 (设 M 位于第一象限内)。 (10 分)
- 四. 稳压回路的电动势为  $E$ , 内阻为  $r$ , 当负载为  $R$  为多大时输出功率最大? (10 分)
- 五. 将  $y(x) = x^4$  展开为  $(1+x)$  的多项式。 (10 分)
- 六. 求曲线  $y^2 = px, y^2 = qx, xy = a, xy = b$  所围图形的面积,  $0 < p < q, 0 < a < b$ 。 (10 分)
- 七. (1) 利用分部积分证明  $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx = 1/2$  (5 分)  
(2) 利用二重积分性质证明  $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\pi/a}$ , 其中  $a > 0$ 。 (5 分)
- 八. 求直线  $L_1: \begin{cases} x+2y+z-1=0 \\ x-2y+z+1=0 \end{cases}$  和  $L_2: \begin{cases} x-y-z-1=0 \\ x-y+2z+1=0 \end{cases}$  的夹角。 (10 分)
- 九. 利用高斯公式计算曲面积分  $\oiint_S x^3 dydz + y^3 dx dz + z^3 dx dy$ , 其中面  $S$  是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  的表面外侧。 (10 分)
- 十. 在  $(-\pi, +\pi)$  上将  $f(x) = x$  展开为傅立叶级数。 (10 分)
- 十一. 给出微分方程  $y'' - 3y' + 2y = xe^x$  的通解。 (10 分)
- 十二. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  和  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ , 证明  $AB \neq BA$ 。 (10 分)
- 十三. 用克莱姆规则求解线性方程组  $\begin{cases} 3x+2y+z=7 \\ x+3y+2z=8 \\ 2x+y+3z=9 \end{cases}$ 。 (10 分)
- 十四. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  的特征根和特征向量, 并给出  $A^{-1}$ 。 (10 分)
- 十五. 已知  $x = r \sin \theta \cos \phi, y = r \sin \theta \sin \phi, z = r \cos \theta$ , 证明  $x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \phi}$ 。 (10 分)