青岛大学 2010 年硕士研究生入学考试试题

科目代码：824　　科目名称：运筹学（1）　　（共 2 页）

请考生写明题号，将答案全部答在答题纸上，答在试卷上无效

第一题（14 分）：简答题（每题 7 分）

（1）简述线性规划问题的基可行解与可行解的关系。
（2）简述整数规划问题的最优解与它的松弛问题的最优解的关系。

第二题（16 分）：判断对错（每题 4 分）

（1）线性规划问题的最优解一定是基可行解。
（2）若线性规划问题的对偶问题存在可行解，原问题不一定存在可行解。
（3）求解产销平衡运输问题时，用最小元素法求得的初始基可行解一定是最优解。
（4）线性规划问题目标函数中的系数的变化只会影响到检验数的变化。

第三题（45 分）：设有如下线性规划问题：

$$\max\ Z=2x_1+x_2$$

$$\begin{cases} x_1 \le 2 \\ x_1+2x_2 \le 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

（1）　用图解法求解该线性规划问题；**（10 分）**
（2）　将该线性规划问题化为标准形式；**（5 分）**
（3）　利用单纯形法求解该线性规划问题；**（10 分）**
（4）　说明该线性规划问题有唯一最优解、无穷多最优解、还是无界解；**（5 分）**
（5）　指出单纯形法求解过程中每一步所得基可行解对应图解法中的哪个顶点；**（5 分）**
（6）　设目标函数中 x_2 的系数 1 有扰动，即（1+λ），其他条件不变。试分析 λ 在什么范围内变化时，问题的最优基不变。**（10 分）**

第四题（20分）：若线性规划的原问题如下：

$$\max \quad z = CX$$

$$\begin{cases} AX \le b \\ X \ge 0 \end{cases}$$

（1） 写出其对偶问题；**（5分）**

（2） 若 $\bar{X}$ 为原问题的可行解，$\bar{Y}$ 为其对偶问题的可行解，证明 $C\bar{X} \le b'\bar{Y}$；**（8分）**

（3） 若 $\bar{X}$ 为原问题的可行解，$\bar{Y}$ 为其对偶问题的可行解，且有 $C\bar{X} = b'\bar{Y}$，证明 $\bar{X}$ 为原问题的最优解，$\bar{Y}$ 为其对偶问题的最优解。**（7分）**

第五题（10分）：对下述问题建立0-1型整数规划问题的数学模型：

已知某投资公司有资金总额为 a 元，可选择投资项目有n个。第 j 个项目所需投资额及预期收益分别为 a_j 元和 c_j 元（$j = 1,2,\ldots,n$）。必须符合如下条件：第一，若选择项目1，就必须同时选择项目2，反之不一定；第二，项目3、4和5中至少选择两个；第三，项目6和7中恰好选择一个。应当如何投资项目，使得总的预期收益最大？

第六题（30分）：某公司的产品有2个产地和3个销地。各产地的产量、各销地的销量（吨）和各产地到各销地的单位运价（万元/吨）见下表：

产地 \ 销地	B1	B2	B3	产量（吨）
A1	4	1	3	12
A2	2	3	2	10
销量（吨）	8	6	8	

（1） 用最小元素法或西北角法确定初始调运方案；（**5 分**）

（2） 用闭回路法或位势法检验上述初始调运方案是否最优；（**10 分**）

（3） 用解的改进方法求出最优解；（**10 分**）

（4） 说明最优解是否唯一，为什么？（**5 分**）

第七题（15 分）：设有如下 0-1 型整数规划问题

$$\max \quad z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \le 1 \\ x_1 + x_2 \le 2 \\ 3x_2 + x_3 \le 3 \\ x_1, x_2, x_3 = 0\text{或}1 \end{cases}$$

（1） 用隐枚举法求解；（**8 分**）

（2） 对求解该类 0-1 型整数规划问题，谈谈你的想法，如何在求解过程中减少运算量。（**7 分**）