

# 青岛大学 2011 年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 619 科目名称: 概率论及数理统计 (共 3 页)

请考生写明题号, 将答案答在答题纸上, 答在试卷上无效

## 一、概念题 (共 40 分)

- 1: 样本空间 (8 分)
- 2: 条件概率 (8 分)
- 3: 方差 (8 分)
- 4: 分布密度函数 (8 分)
- 5: 中心极限定理 (8 分)

## 二、填充题 (每题 4 分共 20 分)

1: (4 分) 已知  $P(\bar{A})=0.3$ ,  $P(B)=0.4$ ,  $P(A\bar{B})=0.5$ , 则条件概率  $P(B|A \cup \bar{B})=$ \_\_\_\_\_。

2: (4 分) 已知在 10 只产品中有 2 只次品, 在其中取两次, 每次任取一次, 作不放回抽样, 则一只是正品, 一只是次品的概率是\_\_\_\_\_。

3: (4 分) 设随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} k(6-x-y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$  则常数  $k =$ \_\_\_\_\_。

4: (4 分) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x)$ ,  $-\infty < x < \infty$ 。则  $Y = X^3$  的概率密度为\_\_\_\_\_。

5: (4 分) 设  $K$  在  $(0, 5)$  服从均匀分布, 则  $x$  的方程  $4x^2 + 4Kx + K + 2 = 0$  有实根的概率为\_\_\_\_\_。

## 三、选择题 (每题 3 分共 15 分)

1: (3 分) 掷两枚骰子, 事件  $A$  为出现的点数之和等于 3 的概率为 ( )  
A.  $1/11$                       B.  $1/18$                       C.  $1/6$                       D. 都不对

2: (3 分)  $A, B$  两事件, 若  $P(A \cup B) = 0.8, P(A) = 0.2, P(\bar{B}) = 0.4$ , 则下列 ( )

成立。

A.  $P(\overline{AB}) = 0.32$

B.  $P(AB) = 0.4$

C.  $P(\overline{AB}) = 0.2$

D.  $P(\overline{AB}) = 0.48$

3: (3分) 下列命题中, 真命题为 ( )

A. 若  $P(A) = 0$ , 则 A 为不可能事件

B. 若 A, B 互不相容, 则  $P(\overline{A \cup B}) = 1$

C. 若  $P(A) = 1$ , 则 A 为必然事件

D. 若 A, B 互不相容, 则  $P(A) = 1 - P(B)$

4: (3分) 设随机变量 X 服从指数分布, 则随机变量  $Y = \max(X, 2003)$  的分布函数 ( )

A. 恰好有一个间断点

B. 是连续函数

C. 是阶梯函数

D. 至少有两个间断点

5: (3分) 设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为总体  $N(1, 2^2)$  的一个样本,  $\overline{X}$  为样本均值, 则下列结论中正确的是 ( )

A.  $\frac{\overline{X} - 1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$

B.  $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim F(n, 1)$

C.  $\frac{\overline{X} - 1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

D.  $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim \chi^2(n)$

四、计算题 (每题 15 分共 75 分)

1: (15分) 设第一只盒子中装有 3 只蓝球, 2 只绿球, 2 只白球; 第二只盒子中装有 2 只蓝球, 3 只绿球, 4 只白球. 独立地分别在两只盒子中各取一只球。

(1) 求至少有一只蓝球的概率;

(2) 求有一只蓝球一只白球的概率;

(3) 已知至少有一只蓝球, 求有一只蓝球一只白球的概率。

2: 有一大批产品, 其验收方案如下, 先作第一次检验; 从中任取 10 件, 经检验无次品接受这批产品, 次品数大于 2 拒收; 否则作第二次检验, 其做法是从中再任取 5 件, 仅当 5 件中无次品时接受这批产品. 若产品的次品率为 10%, 求

- (1) 这批产品经第一次检验就能接受的概率
- (2) 需作第二次检验的概率
- (3) 这批产品按第二次检验的标准接受的概率
- (4) 这批产品在第一次检验未能作决定且第二次检验时被通过的概率
- (5) 这批产品被接受的概率

3: (15 分) 设随机变量  $X$  的分布函数为

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \ln x, & 1 \leq x < e, \\ 1, & x \geq e. \end{cases}$$

(1) 求  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{0 < X \leq 3\}$ ,  $P\left\{2 < X \leq \frac{5}{2}\right\}$ ;

(2) 求概率密度函数  $f_X(x)$

4: (15 分) 设  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 12y^2, & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $E(XY)$ ,  $E(X^2 + Y^2)$

5: (15 分) 设随机变量  $(X, Y)$  具有概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\text{Cov}(X, Y)$ ,  $\rho_{XY}$ ,  $D(X + Y)$