青岛大学 2012 年硕士研究生入学考试试题

科目代码：852 科目名称：概率论及数理统计（2）（共 3 页）

请考生写明题号，将答案全部答在答题纸上，答在试卷上无效

一、（本题共 20 分）解释概念

1）概率的古典概型与几何概型

2）大数定律与中心极限定理

3）矩估计与极大似然估计

4）假设检验的拒真概率与受伪概率

二、（本题 20 分）

某电子设备制造厂所用的元件是由三家元件制造厂提供的，根据以往的记录有以下数据：

元件厂	次品率	提供元件的份额
1	0.02	0.15
2	0.01	0.80
3	0.03	0.05

设这三家工厂的产品在仓库中是均匀混合的，且无区别的标志，问：

1）在仓库中随机地取一只元件，求它是次品的概率；

2）在仓库中随机地取一只元件，若已知取到的是次品，为追溯产品质量责任，求此次品出自三家工厂生产的概率分别是多少？

三、（本题 25 分）

设二维随机变量（ξ，η）具有密度函数

$$p(x,y)=\begin{cases}Ce^{-2(x+y)}, 0\le x<+\infty, 0\le y<+\infty \\ 0, \quad 其它\end{cases}$$，试求：

1）常数 C；

2) 分布函数 $F(x,y)$；

3）边际分布函数 $F_\xi(x), F_\eta(y)$ 及相应的边际密度；

4）求（ξ，η）落在区域 $G=\{(x,y): x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 1\}$ 内的概率。

四、（本题 25 分）

假设某险种在投保时期内一共发生了 N 次赔款，ξ_i 表示第 i 次赔款额，则相应的赔款总量为：$S=\xi_1+\xi_2+...+\xi_N$，其中 N 为取非负整数值的随机变量，ξ_1，$\xi_2,...,\xi_N$ 具有相同的分布函数，且 N，ξ_1，$\xi_2,...,\xi_N$ 相互独立，试求：

1）赔款总量 S 的数学期望 ES 及方差 DS；

2）若 N 服从参数 $\lambda=3$ 的泊松分布，第 i 笔赔款额 ξ_i 的分布列为

ξ_i	2000	3000	4000
p_i	0.2	0.3	0.5

计算上述赔款总量 S 的 ES 及 DS。

五、（本题 20 分）

1）设 ξ 是非负连续型随机变量，证明：对 $x>0$，有

$$p(\xi\le x)\ge 1-\frac{E\xi}{x}$$

2）若对连续型随机变量 ξ，有 $E|\xi|^r<+\infty\,(r>0)$，证明：

$$p(|\xi|>\varepsilon)\le\frac{E|\xi|^r}{\varepsilon^r}$$

六、（本题 20 分）

设总体 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 为未知参数，（$\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$）是来自总体 ξ 的一个样本，问：

1） μ,σ^2 的矩估计；

2） μ,σ^2 的极大似然估计；

3）以上两个估计是否无偏估计？若不是如何修正？

七、（本题 20 分）

对于多元线性回归模型：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i,\ i = 1,2,...,n$$

各ε_i相互独立且服从$N(0,\sigma^2)$分布

试推导多元回归模型参数向量的最小二乘估计表达式，并给出 σ^2 的无偏估计表达式。