青岛大学 2012 年硕士研究生入学考试试题

科目代码： 824 科目名称： 运筹学(1) （共 3 页）

请考生写明题号，将答案全部答在答题纸上，答在试卷上无效

第一题（18 分）：简答题

（1）简述线性规划问题的可行解、基可行解以及最优解三者之间的关系。**（12 分）**

（2）简述整数规划问题的最优解与它的松弛问题的最优解之间的关系。**（6 分）**

第二题（12 分）：判断对错（每题 3 分）

（1）线性规划问题一定存在可行解。
（2）若线性规划问题存在可行解，其对偶问题不一定存在可行解。
（3）产销平衡运输问题中，用最小元素法求得的初始基可行解一定是最优解。
（4）线性规划问题的目标函数中系数的变化不会影响到检验数的变化。

第三题（35 分）：设有如下线性规划问题：

$$\max\ Z = 4x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} x_1 \le 2 \\ x_1 + 2x_2 \le 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

（1） 将该线性规划问题化为标准形式；**（5 分）**
（2） 用图解法求解该线性规划问题；**（5 分）**
（3） 利用单纯形法求解该线性规划问题；**（10 分）**
（4） 说明该线性规划问题有唯一最优解、无穷多最优解、还是无界解；**（5 分）**
（5） 指出单纯形法求解过程中每一步所得基可行解分别对应图解法中的

哪一个顶点；**（5 分）**

（6） 设目标函数中 x_2 的系数 1 有扰动，即（1+λ），其他条件不变。试分析 λ 在什么范围内变化时，问题的最优基不变。**（5 分）**

第四题（20 分）：若线性规划的原问题如下：

$$\max \quad z = CX$$
$$\begin{cases} AX \le b \\ X \ge 0 \end{cases}$$

（1） 写出其对偶问题；**（8 分）**

（2） 若 $\bar{X}$ 为原问题的可行解，$\bar{Y}$ 为其对偶问题的可行解，证明：$C\bar{X} \le b'\bar{Y}$；**（6 分）**

（3） 若 $\bar{X}$ 为原问题的可行解，$\bar{Y}$ 为其对偶问题的可行解，且有 $C\bar{X} = b'\bar{Y}$，证明：$\bar{X}$ 为原问题的最优解，$\bar{Y}$ 为其对偶问题的最优解。**（6 分）**

第五题（30 分）：某公司的产品有 2 个产地和 3 个销地。各产地的产量、各销地的销量（吨）和各产地到各销地的单位运价（万元/吨）见下表：

销地 / 产地	B1	B2	B3	产量（吨）
A1	3	1	2	8
A2	1	4	3	12
销量（吨）	6	9	5	

（1） 用最小元素法或西北角法确定初始调运方案；**（5 分）**

（2） 用闭回路法或位势法检验上述初始调运方案是否最优；**（10 分）**

（3） 用解的改进方法求出最优解；**（10 分）**

（4） 说明最优解是否唯一，为什么？**（5 分）**

第六题（15 分）：对下述问题建立 0-1 型整数规划问题的数学模型：

已知某投资公司有资金总额为 R 元，可选择投资项目有 n 个。设第 j 个项目所需投资额及预期收益分别为 a_j 元和 c_j 元（$j = 1,2,...,n$）。投资必须符合如下条件：第一，项目 1、2、3 和 4 中至少选择两个；第二，若选择项目 5，就必须同时选择项目 6，反之不一定；第三，项目 7、8 和 9 中只能选择一个。应当如何投资项目，使得总的预期收益最大？

第七题（20 分）：设有如下 0-1 型整数规划问题

$$\max \quad z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \le 0 \\ 3x_1 + x_2 \le 3 \\ x_2 + 2x_3 \le 2 \\ x_1, x_2, x_3 = 0\text{或}1 \end{cases}$$

（1） 用隐枚举法求解；**（15 分）**

（2） 对求解该类 0-1 型整数规划问题，谈谈你的想法，如何在求解过程中减少运算量。**（5 分）**