

曲阜师范大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科专业名称：人文地理学

考试科目名称：高等数学 B (A 卷)

注	1. 试题共 <u>3</u> 页.
意	2. 答案必须写在专用答题纸上, 写明题号, 不用抄题.
事	3. 试题与答题纸一并交上.
项	4. 须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔做答, 字迹清楚.

一. 判断题(正确的划√,错误的划×, 每小题 2 分, 共 10 分)

1. 若数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都收敛, 则数列 $\{x_n + y_n\}$ 不一定收敛.
2. 若 $f(x)$ 在 x_0 点可导, 则 $|f(x)|$ 在 x_0 点也可导.
3. 若 $f(x)$ 在 x_0 连续, $g(x)$ 在 x_0 不连续, 则 $f(x) + g(x)$ 在 x_0 一定不连续.
4. 无穷小量与一个有界变量的乘积仍是一个无穷小量.
5. 任何 $n+1$ 个 n 维向量一定线性相关.

二. 填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x}-2}{x-3} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设 $f(x) = \sin x^2$, 则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 空间两点 $(2,1,2)$ 与 $(2,1,0)$ 之间的距离 $d = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 为 2 阶方阵, 则矩阵 A 的行列式 $|A| =$ _____.

三. 选择题 (每题 4 分, 共 20 分) (每题有且只有一个正确答案)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小量与 x 是等阶无穷小量的是 ()

(A) $\sin x$; (B) x^2 ; (C) x^{12} ;

2. 下列级数必定收敛的是 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} n$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$; (C) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2$.

3. 微分方程 $y'' + 2y' + y = 0$ 的通解为 ()

(A) $(C_1 + C_2 x)e^{-x}$; (B) Ce^{-x} ; (C) Cxe^{-x} .

4. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 则 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 的充分必要条件是 ()

(A) $A = E$; (B) $B = O$; (C) $AB = BA$;

5. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关的充要条件是 ()

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中有一零向量。

(B) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量的分量成比例。

(C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中有一个向量是其余向量的线性组合。

四. 计算题 (每题 10 分, 共 70 分)

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.

2. 求不定积分 $\int \frac{x^3}{1+x^2} dx$.

3. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和.

4. 计算定积分 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$.

5. 设 $f(x) = 2x^2 + \ln x$, 求 $f''(x)$.

6. 计算由两条抛物线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围成的图形的面积.

7. 设 $\alpha_1 = (1, 1, 1)$, $\alpha_2 = (1, 2, 3)$, $\alpha_3 = (1, 2, t)$

(1) 问 t 为何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关;

(2) 问 t 为何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关;

四. 证明题 (每题 10 分, 共 20 分)

1. 设 $z = xy + \frac{y}{x}$, 证明: $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2xy$.

2. 设 $x_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$.

五. 按要求解答下列各题 (每题 5 分, 共 10 分)

1. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 的连续性和可导性.

2. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2$ 都收敛, 证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)^2$ 也收敛.