曲阜师范大学2007年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科专业名称：理论物理　凝聚态物理　物理电子学　原子与分子物理

考试科目名称：高等数学A　（A卷）

注	1．试题共＿3＿页．
意	2．答案必须写在专用答题纸上，写明题号，不用抄题．
事	3．试题与答题纸一并交上．
项	4．须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔做答，字迹清楚．

一．判断题（正确的划√，错误的划×，每小题2分，共16分）

1．若数列$\{x_n\}$和$\{y_n\}$都收敛，则数列$\{x_n+y_n\}$一定收敛．

2．若$f'(x)>g'(x)$，则$f(x)>g(x)$．

3．若$f(x)$在x_0点连续，则$|f(x)|$在x_0点也连续．

4．若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，则必有$f(x_0)=A$．

5．若$f(x)$在x_0可导，$g(x)$在x_0不可导，则$f(x)+g(x)$在x_0一定不可导．

6．无穷小量与一个有界变量的乘积仍是一个无穷小量．

7．任何$n+1$个n维向量一定线性相关．

8．两个同阶正交矩阵的乘积仍是正交矩阵．

二．填空题（每题4分，共28分）

1．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\cos 2x}{x}=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

2．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{x\sin x}=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

3．微分方程$y''+2y'+2y=0$的通解为＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

4．设$f(x)=\sin x^2$，则$f'(x)=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

5. 点$(2,1,2)$到平面$3x+4y+5z=0$的距离$d=$__________.

6. 设A为3阶方阵，$\lambda_1=1$，$\lambda_2=2$，$\lambda_3=-1$为A的三个特征值，则矩阵A的行列式为$|A|=$________。

7. 设$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$，则矩阵$A$的行列式为$|A|=$__________。

三．选择题（每题 4 分，共 24 分）（每题有且只有一个正确答案）

1. 当$x\to 0$时，下列无穷小量与x是等阶无穷小量的是（　　）

（A）$\sin x$；　（B）x^2；　（C）x^{12}；

2. 下列级数必定收敛的是（　　）

（A）$\sum_{n=1}^{\infty} n$；（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$；（C）$\sum_{n=1}^{\infty} n^2$.

3. 若$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$在$x=-1$处收敛，则此级数在$x=2$处（　　）

（A）条件收敛；（B）绝对收敛；（C）发散；

4. 微分方程$y''+2y'+y=xe^{-x}$的特解形式为（　　）

（A）$(Ax+B)e^{-x}$；　（B）$(Ax^2+Bx)e^{-x}$；（C）$(Ax^3+Bx^2)e^{-x}$；

5. 设A,B都是n阶方阵，则$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$的充分必要条件是（　）

(A) $A=E$；(B) $B=O$；(C) $AB=BA$；

6. 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关的充要条件是（　　）

（A）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中有一零向量。

（B）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中任意两个向量的分量成比例。

（C）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中有一个向量是其余向量的线性组合。

四．计算题（每题 10 分，共 70 分）

1. 求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$。

2. 求不定积分$\int\dfrac{x^3}{1+x^2}dx$.

3. 求级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+1)}$的和。

4. 设$\varphi(x)=e^x-\int_0^x(x-u)\varphi(u)du$，其中$\varphi(x)$为二次可微函数，求$\varphi(x)$。

5. 计算第二型曲面积分$I=\oiint\limits_S x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中$S$为球面$x^2+y^2+z^2=R^2$的外侧.

6. 设$\alpha_1=(1,1,1)$，$\alpha_2=(1,2,3)$，$\alpha_3=(1,2,t)$，

（1）问t为何值时，向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关；

（2）问t为何值时，向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关；

（3）当线性相关时，将α_3表示为α_1和α_2的线性组合。

7. 已知二次型$f(x_1,x_2,x_3)=(1-a)x_1^2+(1-a)x_2^2+2x_3^2+2(1+a)x_1x_2$的秩为2，

（1）求a的值；

（2）求正交变换$X=QY$，把$f(x_1,x_2,x_3)$化成标准形.

五．证明题（每题6分，共12分）

1. 设向量β能用向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性表出，且表示法是唯一的，证明：向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关.

2. 设函数$f(x)$满足（1）在$[a,b]$上连续；（2）在(a,b)内可导，证明：在(a,b)内至少存在一点ξ，使$f'(\xi)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.