

曲阜师范大学 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科专业名称：人文地理学

考试科目名称：《高等数学 B》

注 意 事 项	<p>1. 试题共 <u>3</u> 页.</p> <p>2. 答案必须写在专用答题纸上, 写明题号, 不用抄题.</p> <p>3. 试题与答题纸一并交上.</p> <p>4. 须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔做答, 字迹清楚.</p>
------------------	--

一. 判断题(正确的划√,错误的划×, 每小题 2 分, 共 10 分)

1. 若数列 $\{x_{2n}\}$ 和 $\{x_{2n-1}\}$ 都收敛, 则数列 $\{x_n\}$ 一定收敛.
2. 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $\int_a^b f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上必可导.
3. 若 $f(x)$ 在点 x_0 连续, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必存在.
4. 若 $f(x)$ 在 x_0 可导, $g(x)$ 在 x_0 不可导, 则 $f(x)g(x)$ 在 x_0 一定不可导.
5. 两个无穷大量的乘积仍是一个无穷大量.

二. 填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x} =$ _____.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos x} =$ _____.
3. 方程 $(2x + \sin y)dx + (x \cos y)dy = 0$ 的通解为 _____.
4. 设 $f(x)$ 可导, 则 $f(f(e^x))$ 的导数为 _____.
5. 点 $(2, 1, 0)$ 到平面 $x + y + z + 6 = 0$ 的距离 $d =$ _____.

三. 选择题 (每题 4 分, 共 20 分) (每题有且只有一个正确答案)

1. 数列 $\{x_n\}$ 收敛于实数 a 等价于

(A) 对 $\forall \varepsilon > 0$, 在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 内有数列 $\{x_n\}$ 的无穷多项;

(B) 对 $\forall \varepsilon > 0$, 在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 内有数列 $\{x_n\}$ 的有穷多项;

(C) 对 $\forall \varepsilon > 0$, 在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 外有数列 $\{x_n\}$ 的无穷多项;

(D) 对 $\forall \varepsilon > 0$, 在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 外有数列 $\{x_n\}$ 的有穷多项.

2. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则必收敛的级数为

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u_n}{n}$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$;

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} - u_{2n})$; (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n-1})$.

3. 设 $f(x)$ 可导, 且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = -4$, 则 $f'(1)$ 等于 ()

(A) 2; (B) -2; (C) $\frac{1}{2}$; (D) -1.

4. 设 A 为 n 阶方阵, 则 $|A|=0$ 的必要条件是 ()

(A) 两行 (列) 元素对应成比例;

(B) 必有一行为其余行的线性组合;

(C) A 中有一行的元素全为零;

(D) 任一行为其余行的线性组合.

5. 设 A 、 B 为 n 阶方阵, 则有

(A) $|A+B|=|A|+|B|$; (B) $|A-B|=|A|-|B|$;

(C) $|AB|=|BA|$; (D) $AB=BA$ 。

四. 计算题 (每题 10 分, 共 80 分)

1. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$.

2. 设 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在, $f(x) = 3x^2 + 2x \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, 求 $f(x)$.

3. 求方程 $y'' - 3y' + 2y = e^x$ 的通解.

4. 计算由两条曲线 $y^2 = x$ 与 $x - 2y - 3 = 0$ 所围成的图形的面积.

5. 计算定积分 $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$, ($a > 0$).

6. 求微分方程 $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^{\frac{5}{2}}$ 的通解.

7. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

8. 已知方程组 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ 无解, 求常数 a .

五. 证明题 (每题 10 分, 共 20 分)

1. 设函数 $z(x, y)$ 由方程 $F\left(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}\right) = 0$ 所确定, 证明: $x \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy$.

2. 设函数 $f(x)$ 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上, 且以 T 为周期的连续函数, a 为

任意常数, 则 $\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx$.