

# 曲阜师范大学 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称: 系统分析与集成  
 考试科目名称: 常微分方程

- |                  |                            |
|------------------|----------------------------|
| 注<br>意<br>事<br>项 | 1. 试题共 <u>1</u> 页。         |
|                  | 2. 答案必须写在答题纸上, 写明题号, 不用抄题。 |
|                  | 3. 试题与答题纸一并交上。             |
|                  | 4. 须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答, 字迹清楚。  |

一、求解下列微分方程 (每小题 10 分, 共 60 分)

1.  $\sqrt{1-y^2}dx - \sqrt{1-x^2}dy = 0$

2.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{6xy + 3x^2y + y^3}{3(x^2 + y^2)}$

3.  $(y')^2 - xy' + \frac{1}{2}x^2 - y = 0$

4.  $x\sqrt{1+(y')^2} - y' = 0$

5.  $e^{-y}(\frac{dy}{dx} + 1) = xe^x$

6.  $\frac{dy}{dx}(x^2 + y^2 + 3) = 2x(2y - \frac{x^2}{y})$

二、解下列微分方程 (组) (每小题 15 分, 共 30 分)

1.  $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$

2.  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 3y \end{cases}$

三、(20 分) 设  $y = \varphi(x)$  满足微分不等式  
 $y' + a(x)y \leq 0 \quad (x_0 \leq x \leq \alpha)$

证明:  $\varphi(x) \leq \varphi(x_0)e^{-\int_{x_0}^x a(t)dt} \quad (x_0 \leq x \leq \alpha)$

四、(20 分) 在一铅直悬挂的弹簧上系一质量为  $m$  的重物作上下振动, 设弹簧的质量与重物的质量相比很小, 可忽略不计, 也不计空气阻力, 试求物体振动的规律。

五、用李亚普诺夫方法研究零解的稳定性 (每小题 10 分, 共 20 分)。

1.  $\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - x_2^3 \end{cases}$

2.  $m\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + bx = 0 \quad (m > 0, a > 0, b > 0)$