

# 曲阜师范大学 2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称：理论物理，原子与分子物理，凝聚态物理，光学，物理电子学，通信与信息系统

考试科目名称：量子力学

注 意 事 项	1. 试题共 <u>2</u> 页。
	2. 答案必须写在答题纸上，写明题号，不用抄题。
	3. 试题与答题纸一并交上。
	4. 须用蓝、黑色钢笔或签字笔作答，字迹清楚。

一、简单解释下列概念或原理（每小题 4 分，共 20 分）：

1. 波函数的物理意义
2. 全同粒子和全同性原理
3. 态迭加原理
4. Uhlenbeck(乌伦贝克)和 Goudsmit(哥德斯密脱)的电子自旋假设
5. 偶极跃迁中角量子数和磁量子数的选择定则

二、(10 分) 氦原子的动能是  $E = 3kT/2$  ( $k$  为玻耳兹曼常数)，求  $T = 1\text{K}$  时氦原子的德布罗意波长。已知质子和中子的质量约为  $1.67 \times 10^{-27} \text{Kg}$ 。

三、(10 分) 如果两个算符  $\hat{A}$  和  $\hat{B}$  有一组共同的本征函数  $\{\varphi_n\}$ ，并且  $\{\varphi_n\}$  组成完全系，试证明算符  $\hat{A}$  和  $\hat{B}$  对易。

四、(10 分) 设平面转子的转动惯量为  $I$ ，求平面转子的能量本征值和本征函数。

五、(10 分)  $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$  是氢原子的定态归一化波函数，设有一氢原子在某一瞬时处于状态

$$\Psi = \frac{12}{13} \psi_{210} + \frac{5}{13} \psi_{311},$$

求此态的能量取各值的概率以及  $L^2$  和  $L_z$  的平均值。

六、(20 分) 对于一维线性谐振子，求

1. 在基态中动量的平均值；

2. 处于第一激发态时几率最大的位置。

已知一维线性谐振子基态和第一激发态的波函数分别为

$$\psi_0(x) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi^{1/4}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2}, \quad \psi_1(x) = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\pi^{1/4}} \alpha x e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2}.$$

七、(20 分) 设一粒子在势场  $U(x)$  中做一维运动, 已知其波函数

$\psi(x) = A \left(\frac{x}{a}\right)^2 e^{-x/a}$  是粒子能量的本征函数, 其中  $A$ ,  $a$  和  $n$  为常数, 粒子的

质量为  $\mu$ 。当  $x \rightarrow \infty$  时,  $U(x) \rightarrow 0$ 。试求粒子的能量和势能  $U(x)$ 。

八、(20 分) 一质量为  $\mu$  的粒子在一维宽度为  $a$  的被“切去” OAB 部分的无限深势阱中运动 (图 1), 用一级微扰论计算粒子的基态和第一激发态的能量。已知没有被“切去”的原无限深势阱中粒子的能量本征态和本征值分别为

$$\varphi_n^{(0)} = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x \quad \text{和} \quad E_n^{(0)} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2}.$$

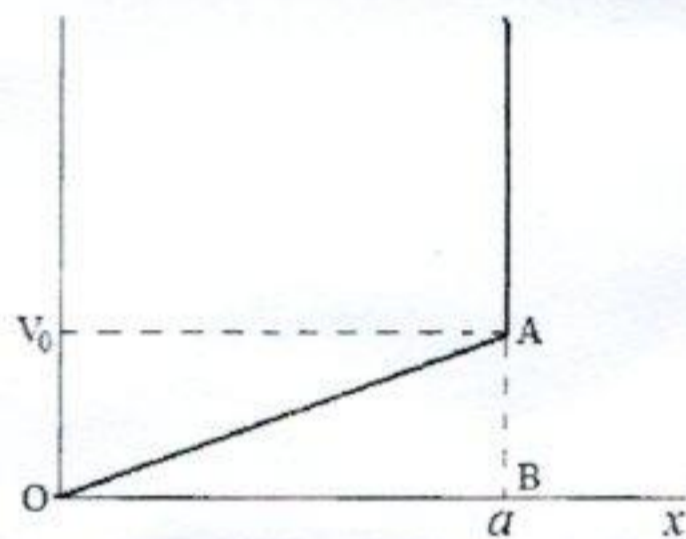


图 1

九、(30 分) 磁矩为  $\vec{M} = -\gamma \hat{S}$  ( $\gamma > 0$ ) 的自旋为  $1/2$  的粒子处于方向沿正  $x$  轴的均匀磁场  $B_0$  中,  $t=0$  时粒子的自旋波函数为  $\chi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , 不考虑粒子的轨道变量。

1. 在  $\hat{S}^2$  和  $\hat{S}_z$  的共同表象中写出体系的哈密顿算符  $\hat{H}$  的矩阵表示。
2. 求  $\hat{H}$  的本征值和相应的归一化的本征函数。
3. 求体系在  $t > 0$  时刻的自旋波函数。