download.kaoyan.com

曲阜师范大学 2010 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称：运筹学与控制论（运筹学方向）

考试科目名称：数学分析

注意事项	
	1.试题共 2 页。
	2.答案必须写在答题纸上，写明题号，不用抄题。
	3.试题与答题纸一并交上。
	4.须用蓝、黑色钢笔或签字笔作答，字迹清楚。

一、 计算（每小题 10 分，共 40 分）

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sin\sqrt{x+1}-\sin\sqrt{x}\right)$。

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$。

3. $\displaystyle\int\frac{\cos 2x}{1+\sin x\cos x}dx$。

4. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{x-1}=2$，求 $f'(1)$。

二、（10 分） 设 $f(x-1)=\begin{cases}x & x>1\\ x-2 & x\le 1\end{cases}$，

$$g(x)=\begin{cases}-e^x & x>0\\ e^x & x\le 0\end{cases}$$，求 $\lim\limits_{x\to0}f(x)g(x)$。

三、（10 分） 证明下面的不等式

$$2\le\int_{-1}^{1}\sqrt{1+x^4}\,dx\le\frac{8}{3}$$。

四、（15 分） 设当 $x>0$ 时，$f(x)$ 可导，且满足方程

$$f(x)=1+\frac{1}{x}\int_1^x f(t)dt\quad(x>0)$$，

求 $f(x)$。

download.kaoyan.com

五、（15 分） 设 $f(x)$ 在 $[0,2a]$ 上连续，且 $f(0)=f(2a)$，证明：在 $[0,a]$ 上至少存在一个 ξ，使得 $f(\xi)=f(\xi+a)$。

六、（15 分） 证明：抛物线 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}\quad(0<x<a)$ 上任意点的切线在两个坐标轴上的截距的和等于 a。

七、（15 分）设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，在 $(0,a)$ 内可导，且 $f(0)=0$，$f'(x)$ 单调增加，证明：$\dfrac{f(x)}{x}$ 在 $(0,a)$ 内也单调增加。

八、（15 分） 已知 $(axy^3-y^2\cos x)dx+(1+by\sin x+3x^2y^2)dy$ 为某一函数 $f(x,y)$ 的全微分，求 a，b 的值。

九、（15 分） 设 $a_n>0\quad(n=1,2,\cdots)$，$\{a_n\}$ 单调减少，$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 发散，判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{1+a_n}\right)^n$ 的敛散性。