

曲阜师范大学 2010 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称：理论物理、原子与分子物理、凝聚态物理、物理电子学、通信与信息系统、光学

考试科目名称：量子力学

注 意 事 项	1. 试题共 <u>2</u> 页。
	2. 答案必须写在答题纸上，写明题号，不用抄题。
	3. 试题与答题纸一并交上。
	4. 须用蓝、黑色钢笔或签字笔作答，字迹清楚。

一、(20 分) 一个质量为 m 的粒子在势场 $V(x)$ 的作用下作一维运动。假如它处在能量 $E = \hbar^2 \gamma^2 / 2m$ 的能量本征态 $\psi(x) = (\gamma^2 / \pi)^{1/4} e^{-\gamma^2 x^2 / 2}$ 。

1. 求粒子的平均位置；
2. 求粒子的平均动量；
3. 求 $V(x)$ 的表达式；
4. 求粒子动量在 p 到 $p + dp$ 间的概率 $W(p)dp$ (写出表达式即可，不需要计算积分)。

二、(20 分) 对于一维简谐振子，哈密顿量为

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x^2。$$

若 $\Delta x \Delta p = \hbar/2$ ，其中 $(\Delta x)^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ ， $(\Delta p)^2 = \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle$ ，证明简谐振

子的最小能量为 $\hbar\omega/2$ 。已知谐振子的基态波函数为 $\psi_0(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}$ ，

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}。$$

三、(20 分) 设 $t = 0$ 时氢原子处于状态

$$\Psi = \frac{\sqrt{2}}{2} R_{21}(r) Y_{11}(\theta, \phi) - \frac{\sqrt{2}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \phi)。$$

1. 求能量、轨道角动量平方 \hat{L}^2 、轨道角动量 z 分量 \hat{L}_z 的可能取值及其概率分布和平均值;
2. 写出任意 t 时刻的波函数。

四、(30 分) 设一量子体系在 H_0 表象中哈密顿 $H = \begin{pmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{pmatrix}$ (a, b 为小实数), 试用微扰论求体系能量到二级修正。

五、(30 分) 在 \hat{s}_z 表象中, 自由电子的自旋波函数可以写为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, \hat{s}_z 的本征值分别为 $\hbar/2$ 和 $-\hbar/2$ 。

1. 在此表象中求出 \hat{s}_x 的归一化本征函数;
2. 若某时刻测量电子的自旋 z 分量, 发现是 $\hbar/2$, 接着测量自旋的 x 分量, 可能得到什么结果?
3. 得到这些结果的概率是多大?

六、(30 分) 两个全同玻色子, 每个质量为 m , 在一维谐振子势 $V = m\omega^2 x^2/2$ 中运动。它们彼此通过势 $V(x_1, x_2) = V_0 e^{-\beta(x_1 - x_2)^2}$ 相互作用, 这里 β 是正参数。计算体系的基态能量。近似到相互作用强度参数 α 的第一阶。已知单个谐振子的基态波函数为 $\psi_0(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}$ 。