



8、设  $A, B$  是  $n$  阶方阵, 且  $A$  与  $B$  相似, 则 ( )

A、 $A, B$  的特征矩阵相同;      B、 $A, B$  的特征方程相同;

C、 $A, B$  相似于同一个对角阵;      D、存在正交矩阵  $T^{-1}$  使得  $T^{-1}AT = B$

9、设向量组 I:  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  可由向量组 II:  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$  线性表出, 则 ( )

A、当  $r < s$  时, 向量组 II 必线性相关;      B、当  $r > s$  时, 向量组 II 必线性相关;

C、当  $r < s$  时, 向量组 I 必线性相关;      D、当  $r > s$  时, 向量组 I 必线性相关。

10、设  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵, 则 ( )

A、 $AB = CB$ , 则  $A = C$ 。

B、 $A$  总可以经初等行变换化为  $E$ 。

C、对矩阵  $(A; E)$  进行若干次初等变换, 当  $A$  变为  $E$  时, 相应地  $E$  变为  $A^{-1}$ 。

D、以上都不对

二、填空 (每小题 3 分, 共 30 分,)

1、 $x=1$  是函数  $y = \frac{x^2-1}{x-1}$  的第 \_\_\_\_\_ 类间断点。

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{3}{\sin x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、 $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、设函数  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  在收敛域上的和函数  $s(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、在函数  $f(x) = \begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$  中,  $x^4$  的系数是 \_\_\_\_\_。

8、 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & k^2 \end{bmatrix}$  是正定矩阵, 则  $k$  满足条件\_\_\_\_\_。

9、设  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s$  是方程组  $Ax = b$  的解向量, 若  $k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + \dots + k_s\eta_s$  也是  $Ax = b$  的解, 则  $k_1 + k_2 + \dots + k_s =$ \_\_\_\_\_。

10、向量组  $\alpha_1 = (2, -1, 0, 5), \alpha_2 = (-4, -2, 3, 0), \alpha_3 = (-1, 0, 1, k), \alpha_4 = (-1, 0, 2, 1)$  线性相关, 则  $k =$ \_\_\_\_\_。

三、计算 (每小题 8 分, 共 48 分)

1. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n} \right)$ 。

2. 求极限  $\lim_{t \rightarrow 0-0} \frac{\int_0^{t^2} \sin \sqrt{x} dx}{t^3}$

3. 求积分  $\int \frac{4}{(x-1)(x+1)^2} dx$ 。

4. 求积分  $\int_0^{\pi} (x \sin x)^2 dx$

5. 求行列式  $D = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a & a+b & a+b+c & a+b+c+d \\ a & 2a+b & 3a+2b+c & 4a+3b+2c+d \\ a & 3a+b & 6a+3b+c & 10a+6b+3c+d \end{vmatrix}$ 。

6. 利用矩阵的初等变换求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  的逆矩阵

四、证明 (第 1 题 10 分, 第 2 题 12 分, 共 22 分)

1. 设  $2\sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$ , 证明  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$ 。

2. 设  $Ax = b$  的导出组的基础解系为  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$ ,  $\eta^*$  为  $Ax = b$  的一个特解。

证明: (1)  $\eta^*, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$  线性无关。

(2)  $\eta^*, \eta^* + \xi_1, \eta^* + \xi_2, \dots, \eta^* + \xi_{n-r}$  线性无关。

五、应用解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1、求  $\iint_D \frac{x+y}{x^2+y^2} dx dy$ ，积分区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x+y \geq 1\}$ 。

2、已知二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = (1-a)x_1^2 + (1-a)x_2^2 + 2x_3^2 + 2(1+a)x_1x_2$  的秩为 2。

求 (1)  $a$  的值；

(2) 求正交变换  $x = Qy$ ，把  $f(x_1, x_2, x_3)$  化成标准形。