曲阜师范大学2010年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科专业名称：理论物理 凝聚态物理 物理电子学 原子与分子物理

考试科目名称：《高等数学A》

注意事项	
	1. 试题共 2 页.
	2. 答案必须写在答题纸上，写明题号，不用抄题.
	3. 试题与答题纸一并交上.
	4. 须用蓝、黑色钢笔或签字笔作答，字迹清楚.

一. 填空题（每题3分，共30分）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin 3x}{x}=$__________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{3-\sqrt{2x+9}}=$__________.

3. 全微分方程$(2x+\sin y)dx+x\cos y dy=0$的通解为__________.

4. 设$f(x)$可导，则$f(f(x))$的导数为__________.

5. 设$f(x)$是可导的周期为5的函数，且$f'(1)=2$，则$f'(6)=$__________.

6. 点$(1,1,1)$到平面$x+y+7=0$的距离$d=$__________.

7. 设A为三阶方阵，A^*为A的伴随矩阵，$|A|=\dfrac{1}{8}$，则$\left|\left(\dfrac{1}{3}A\right)^{-1}-8A^*\right|=$__________.

8. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}k&1&1\\1&k&1\\1&1&k\end{pmatrix}$,且$r(A)=2$，则$k=$__________.

9. 已知二次型的矩阵是$\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&-1\\1&-1&2\end{pmatrix}$，则该二次型$f(x_1,x_2,x_3)=$__________.

10. 设A为三阶反对称矩阵，则$|A|=$__________.

一．按要求解答下列各题（每题10分，共120分）

1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right)$.

2. 计算不定积分 $\int \sin(\ln x)dx$.

3. 将 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$ 在 $x=1$ 处展成幂级数.

4. 求曲面 $z-e^z+2xy=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程和法线方程.

5. 求 $\int_0^3 \arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}dx$.

6. 求由方程 $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-10=0$ 确定的函数 $z=f(x,y)$ 的极值.

7. 计算第二型曲面积分 $I=\iint\limits_S xdydz+ydzdx+zdxdy$，$S$ 为圆柱面 $x^2+y^2=1$ 介于 $z=0$ 与 $z=3$ 之间部分的外侧.

8. 已知 $y_1=xe^x+e^{2x}$，$y_2=xe^x+e^{-x}$，$y_3=xe^x+e^{2x}-e^{-x}$ 是某二阶线性非齐次常系数微分方程的三个解，求此微分方程及其通解.

9. 计算 $\iint\limits_D x^2e^{-y^2}dxdy$，其中 D 是以 $(0,0)$，$(1,1)$，$(0,1)$ 为顶点的三角形.

10. 计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$ 的值.

11. 设 λ_1 与 λ_2 为 n 阶矩阵 A 的不同特征值，X_1 与 X_2 分别是 A 的属于 λ_1 与 λ_2 的特征向量，证明：X_1+X_2 不是 A 的特征向量.

12. 设二次型 $f=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2\alpha x_1x_2+2\beta x_2x_3+2x_1x_3$ 经正交变换 $X=QY$ 化成 $f=y_2^2+2y_3^2$，其中 $X=(x_1,x_2,x_3)^T$，$Y=(y_1,y_2,y_3)^T$ 是三维列向量，Q 是正交矩阵，试求 α 与 β 的值.