

山 东 师 范 大 学  
二〇一〇年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学

- 注意事项：1. 本试卷共 五 道大题（共计 13 个小题），满分 150 分；  
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；  
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。

\* \* \* \* \*

一. 简要回答下列问题. (30 分, 每题 6 分)

1. 叙述定态与守恒量的特点。
2. 以  $\alpha$  和  $\beta$  分别表示自旋向上和自旋向下的归一化波函数，写出两电子体系的自旋单态和自旋三重态波函数（只写自旋部分波函数）。
3. 表象变换对算符、波函数、算符本征值、力学量取值几率及平均值有什么影响？
4. 波函数的统计诠释对微观体系波函数有哪些要求？
5. 写出泡里矩阵。

二. 证明题 (40 分, 每题 10 分)

1. 证明不显含时间且与体系哈密顿量对易的力学量在任意态中的平均值不随时间变化。
2. 证明在体系的任何状态下，其厄米算符的平均值必为实数。
3. 证明任何力学量算符在自身表象中的表示是对角矩阵。
4. 已知  $L^2|lm\rangle = l(l+1)\hbar^2|lm\rangle$ ,  $L_z|lm\rangle = m\hbar|lm\rangle$ ,  $L_+ = L_x + iL_y$ , 试利用角动量算符的对易关系证明  $L_+|lm\rangle$  也是  $L_z$  的本征函数，即证明：  
$$L_z L_+|lm\rangle = (m+1)\hbar L_+|lm\rangle$$

### 三. 计算题 (30 分, 每题 15 分)

1. 已知宽为  $L$  的一维无限深势阱体系,  $V(x) = \begin{cases} 0 & L \leq x \leq 2L \\ \infty & x < L \text{ or } x > 2L \end{cases}$ , 求该体系的本征能量和相应本征波函数。

2. 设哈密顿量  $H = H_0 + H'$ , 其中  $H_0 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $H' = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ c & c & 0 \\ 0 & c & 0 \end{pmatrix}$ , 若  $c \ll 1$ ,

应用微扰理论求  $H$  的本征值 (准确到二级近似)。

### 四. 计算题 (20 分)

已知在  $s_z$  表象中,  $s_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 求:

- (1)  $s_x$  的本征值和所属本征函数。
- (2)  $s_z$  表象到  $s_x$  表象的变换矩阵 (即将  $s_x$  对角化的变换矩阵)。

### 五. 计算题 (30 分)

已知一维谐振子体系的势能为  $V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ , 其能量本征态满足关系

$$x \psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[ \sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right], \text{ 其中 } \alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}},$$

在  $t=0$  时, 体系处于状态  $\Phi(x) = A \alpha^2 x^2 \psi_1(x)$  中, 其中  $A$  为归一化系数。

- (1) 在  $t=0$  时, 求体系能量的可能取值、取值几率及平均值。
- (2) 在  $t=0$  时, 求体系势能的平均值。
- (3) 在  $t=t_0$  时, 求体系所处状态的波函数。
- (4) 在  $t=t_0$  时, 求体系能量的可能取值、取值几率及平均值。