青岛农业大学
2012年硕士研究生招生入学考试

（科目代码 909/科目名称：数学 ）

注意事项： 1、答题前，考生须在答题纸填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2、答案必须书写在答题纸上，写在该试题或草稿纸上均无效。
3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔，其它无效。
4、考试结束后，将答题纸和试题一并装入试题袋中。

一、 填空题（20 分，每小题 4 分）

1、设 $f'(x_0)=2$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-2h)-f(x_0+3h)}{h}=$________ 。

2、$\int[h(x)+xh'(x)]dx=$________ 。

3、$\vec{a}=(1,1,1),\ \vec{b}=(3,-2,1)$, 则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$__________；

$\vec{a}\times\vec{b}=$__________，$\vec{a}\times 2\vec{b}=$__________。

4、曲线 $x=t, y=2t^2, z=t^3$ 在点 $(1,2,1)$ 处的切线方程为______________；法平面方程为____________。

5、交换积分次序 $\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx=$____________。

二、 选择题（25 分，每小题 5 分）

1、 $x=2$ 是 $f(x)=\arctan\dfrac{1}{2-x}$ 的 （ ）。

A 连续点；B 可去间断点；C 跳跃间断点；D 第二类间断点

2、若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A>0$, 则 $\exists\delta>0$, 使（ ）。

（A）当 $|x-x_0|<\delta$ 时，$f(x)>0$；（B）$f(x_0)>0$

（C）当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，$f(x)>0$；（D）$f(x)$ 在 x_0 处没有定义。

3、极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)=($ $)$。

（A）$\dfrac{1}{2}$；（B）$-\dfrac{1}{2}$；（C）$+\infty$；（D）不存在

4、设 $a_i\geq 0\ (i=1,2,\cdots,k)$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_1^n+a_2^n+\cdots+a_k^n}=$（ ）

A：$a_1+a_2+\cdots+a_k$； B：$\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_k}{n}$；

C： $\min\{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$　　　　D： $\max\{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$

5、下列命题中正确的是　（　　）

A $f''(x)=0$，则 $(x_0, f(x_0))$ 一定是拐点；

B $f'(x)=0$，则 x_0 必为极值点；

C $f(x)$ 可导，且在 x_0 处取得极值，则 $f'(x)=0$；

D $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上取得最大值，则值必是 $f(x)$ 在 (a,b) 内的极大值。

三、 求解下列各题（70 分，每小题 7 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{(e^x-1)\ln(1+x)}$

2、求微分方程 $yy''-y'^2=0$ 的通解。

3、设 $f(x)=\begin{cases} e^x+b & x\le 0 \\ \sin ax & x > 0 \end{cases}$，确定 $a.b$ 使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，

并求 $f'(0)$

4、 $y=1+xe^y$，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}|_{x=0}$

5、$z=\arcsin xy$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$，

6、求曲面 $z=x^2+y^2+2$ 在点 $(1,1,4)$ 的切平面及法线方程。

7、求 $\iint\limits_D \sin(x^2+y^2)dxdy$，其中 D 由 $x^2+y^2=1,\ y=0,\ x=0$

所围成的第一象限部分。

8、利用柱面坐标计算三重积分 $\iiint\limits_\Omega xydv$，其中 Ω 是由圆柱面 $x^2+y^2=1$ 及平面

$z=1, z=0, x=0, y=0$ 所围成的在第一卦限的闭区域。

9、$\int\limits_\Gamma x^3dx+3zy^2dy-x^2ydz$，其中 Γ 是从点 $A(3,2,1)$ 到点 $B(0,0,0)$ 的

直线段 AB.

10、$\iint\limits_\Sigma (z^2+x)dydz-zdxdy$，其中 Σ 是旋转抛物面 $z=\dfrac{1}{2}(x^2+y^2)$

介于平面 $z=0$ 和 $z=2$ 之间的部分的下侧。

四、求由曲线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 与 $x^2+y^2=8$ 所围成的图形位于 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上方的部分的面积，。(6分)

五、判别下列级数的敛散性（6 分，每小题 3 分）

（1）$\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n^2}$；　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+1}$

六、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n(n+1)}$ 的敛散性，并判断绝对敛散与条件收敛。(7 分)

七、求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n}$ 的和函数。(8 分)

八、证明题（8 分）

如果 $f(x)=(x-1)(x^2-5x+6)$，证明：$f'(x)=0$ 在 $(1,2)$ 与 $(2,3)$ 内各有一根；$f''(x)=0$ 在 $(1,3)$ 有且只有一个根。