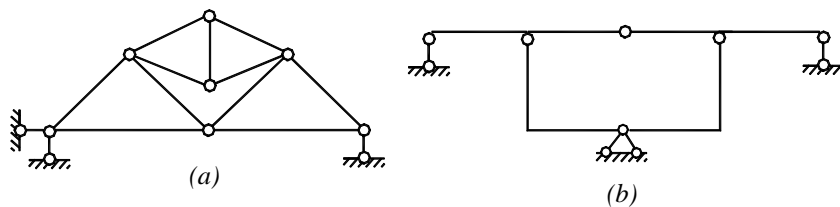


青岛理工大学 2006 年硕士研究生入学试卷

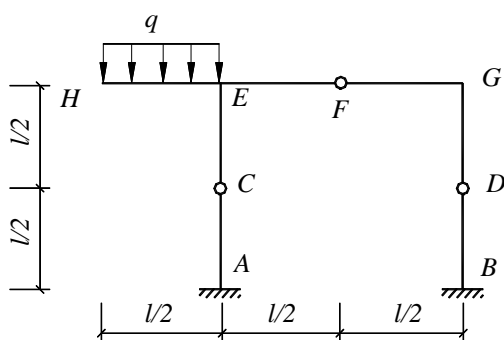
学科专业 _____ 结构工程 _____

考试科目: _____ 结构力学 _____

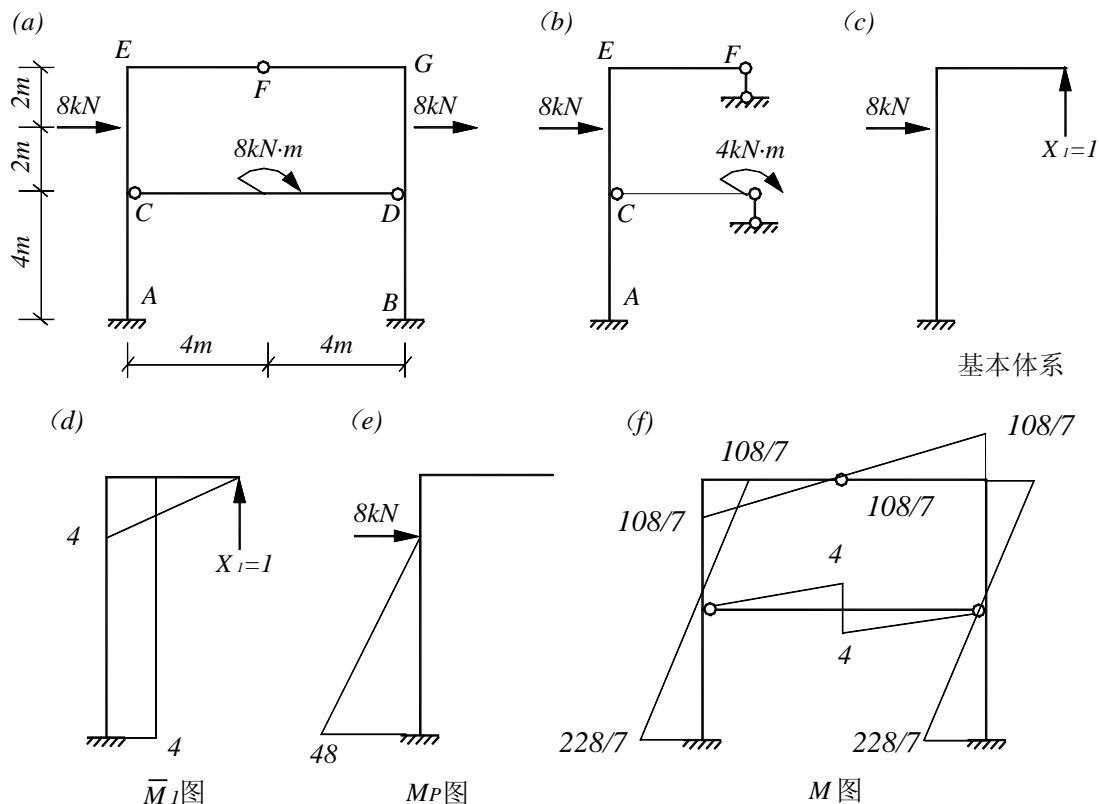
一、对图示体系作几何组成分析。



二、作图示刚架的弯矩图。



三、利用对称性用力法求解图 a 结构，画出 M 图。EI=常数。



解：先画出相应的半结构如图 b，相应的基本体系见图 c。

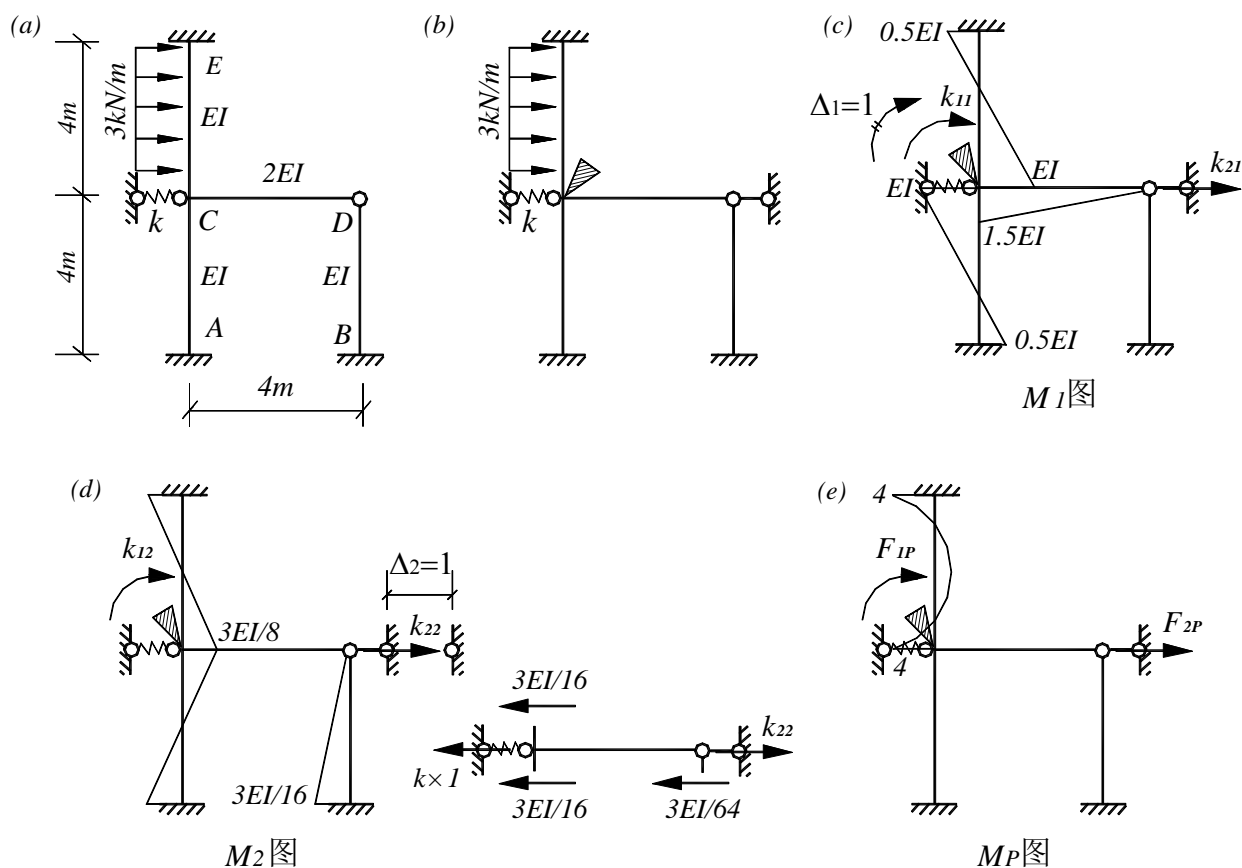
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{2}{3} \times 4 + 4 \times 8 \times 4 \right) = \frac{448}{3EI}$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times 48 \times 6 \times 4 \right) = -\frac{576}{EI}$$

$$\text{代入力法方程 } \delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0 \text{ 得, } X_1 = \frac{27}{7}$$

按 $M = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_P$ 作出弯矩图 (图f)。

四、求出图 a 用位移法求解时典型方程的全部系数, $k = \frac{EI}{2 \times 4^3}$ 。



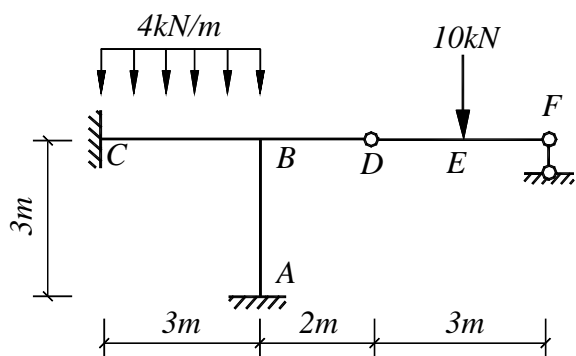
解: 本题有两个未知量——C 点转角和 D 点的水平位移, 附加约束如图 b。

位移法方程为 $k_{11}\Delta_1 + k_{12}\Delta_2 + F_{1P} = 0$

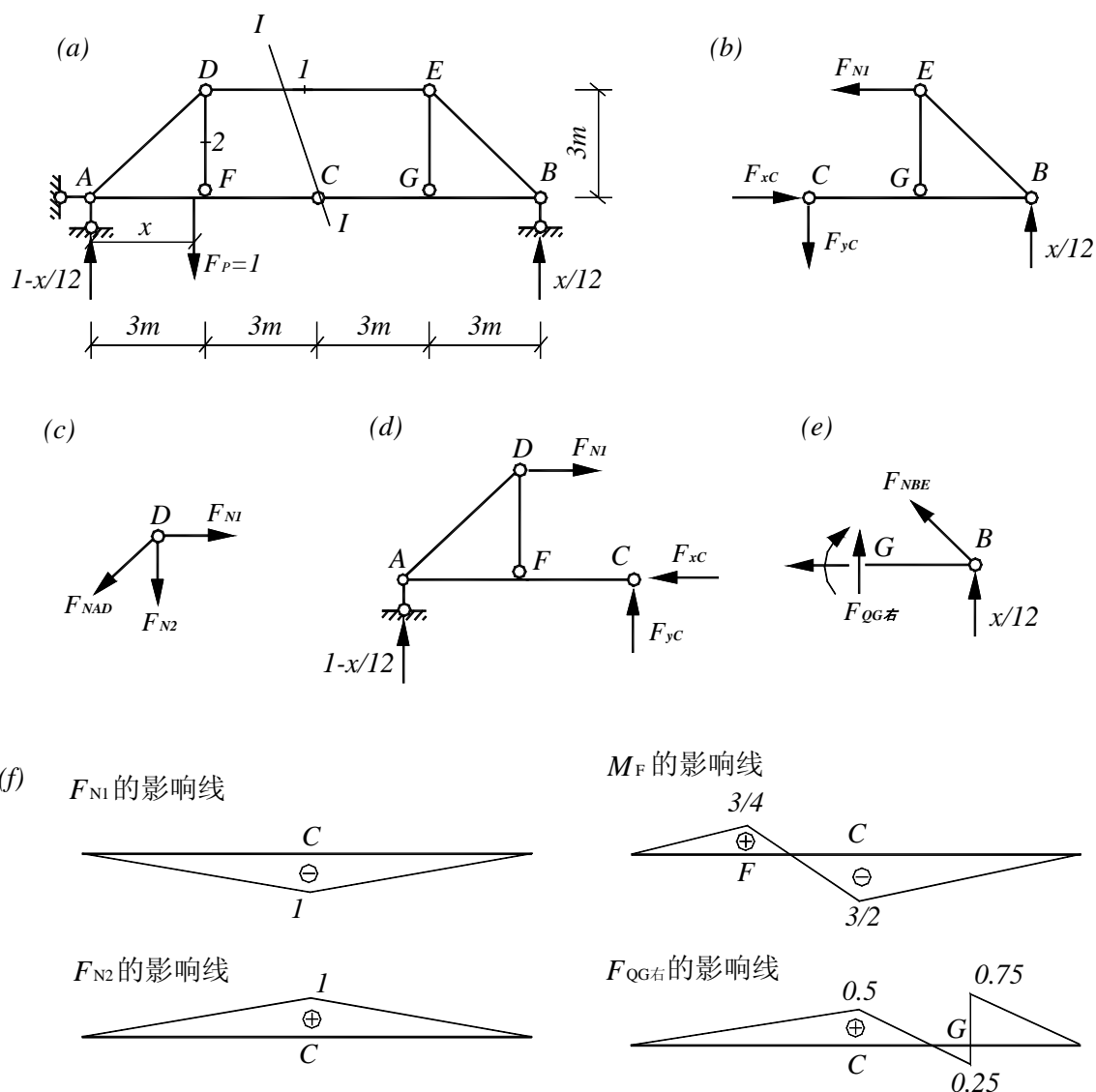
$k_{21}\Delta_1 + k_{22}\Delta_2 + F_{2P} = 0$

其中: $k_{11} = 3.5EI$, $k_{12} = k_{21} = 0$, $k_{22} = \frac{27}{64}EI + k = \frac{55}{128}EI$, $F_{1P} = -4$, $F_{2P} = -6$

五、用力矩分配法求解图示结构, 画 M、Q 图。EI=常数。



六、作图a所示组合结构的 F_{N1} 、 F_{N2} 、 $F_{QG右}$ 、 M_F 的影响线。



解：法一 用静力法

(1) 求 F_{N1} 的影响线。取I-I截面右侧分析（图b）

$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在C点左侧时, } \sum M_C = 0 \Rightarrow F_{N1} = -\frac{x}{6} \quad (0 \leq x \leq 6)$$

$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在C点右侧时, } F_{N1} = \frac{x}{6} - 2 \quad (6 \leq x \leq 12)$$

F_{N1} 的影响线见图f。

(2) 求 F_{N2} 的影响线。取结点D分析 (图c)

$$F_{N2} = -F_{N1}$$

F_{N2} 的影响线见图f。

(3) 求 M_F 的影响线。取I-I截面左侧分析 (图d)

$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在F点左侧时, } M_F = \frac{x}{4} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在FC点之间时, } M_F = 3 - \frac{3x}{4} \quad (3 \leq x \leq 6)$$

$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在C点右侧时, } M_F = \frac{x}{4} - 3 \quad (6 \leq x \leq 12)$$

M_F 的影响线见图f。

(4) 求 $F_{QC右}$ 的影响线。

先由E结点平衡可以求得 $F_{NBE} = \sqrt{2}F_{N1}$ ，再取II-II截面右侧分析 (图e)

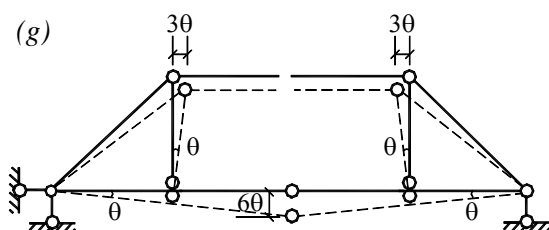
$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在C点左侧时, 由 } \sum Y = 0 \Rightarrow F_{QG右} = -\frac{x}{12} - N_1 = \frac{x}{12} \quad (0 \leq x \leq 6)$$

$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在CG点之间时, } F_{QG右} = 2 - \frac{x}{4} \quad (6 \leq x \leq 9)$$

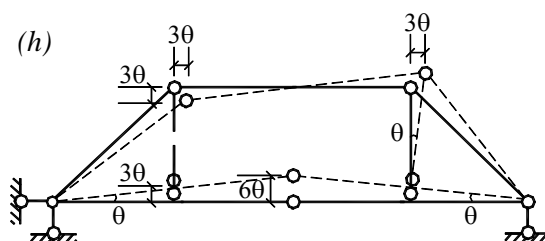
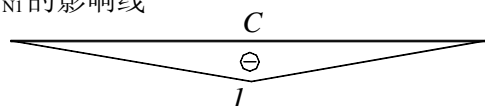
$$\text{当 } F_P=1 \text{ 在G点右侧时, } F_{QG右} = 1 - \frac{x}{12} - N_1 = 3 - \frac{x}{4} \quad (9 \leq x \leq 12)$$

$F_{QC右}$ 的影响线见图f。

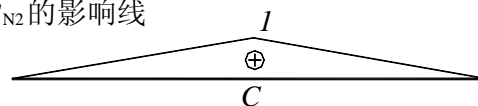
法二、用机动法

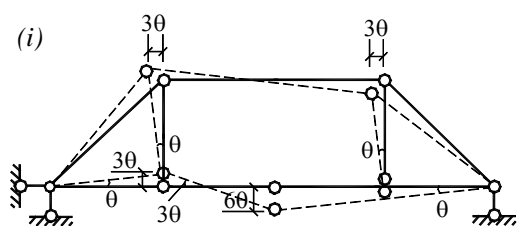


F_{N1} 的影响线

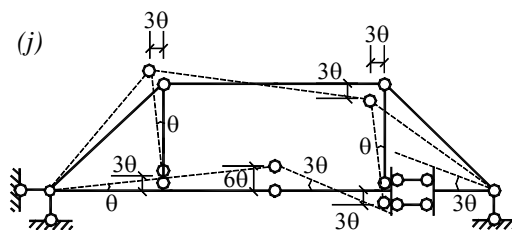
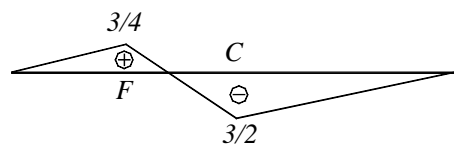


F_{N2} 的影响线

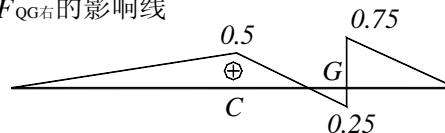




M_F 的影响线



$F_{QG右}$ 的影响线



(1) 求 F_{N1} 的影响线。去掉 F_{N1} 的约束，画出虚位移图。由 F_{N1} 对应的位移 $3\theta + 3\theta = 1 \Rightarrow \theta = 1/6$ ，可进一步画出 F_{N1} 的影响线（图g）。

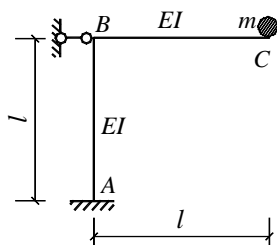
(2) 求 F_{N2} 的影响线。去掉 F_{N2} 的约束，画出虚位移图，由 F_{N2} 对应的位移 $3\theta + 3\theta = 1 \Rightarrow \theta = 1/6$ ，画出影响线如图h。

(3) 求 M_F 的影响线。去掉 M_F 的约束，画虚位移图，由 M_F 对应的位移 $3\theta + \theta = 1 \Rightarrow \theta = 1/4$ ，影响线如图i。

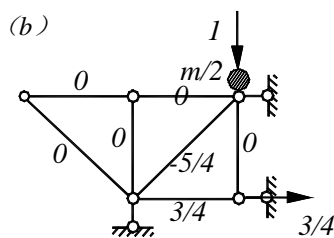
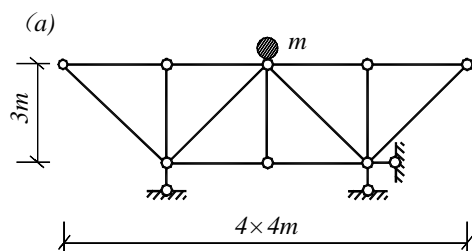
(4) 求 $F_{QC右}$ 的影响线。去掉 $F_{QC右}$ 的约束，画虚位移图，由 $F_{QC右}$ 对应的位移 $3\theta + 9\theta = 1 \Rightarrow \theta = 1/12$ ，影响线如图j。

七、试求图示体系的自振频率 ω 。

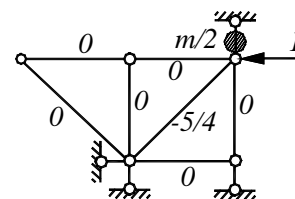
(a)



(b)



正对称半结构



反对称半结构

解：由于结构对称，分别按正对称和反对称振动简化成半结构计算（图b）。

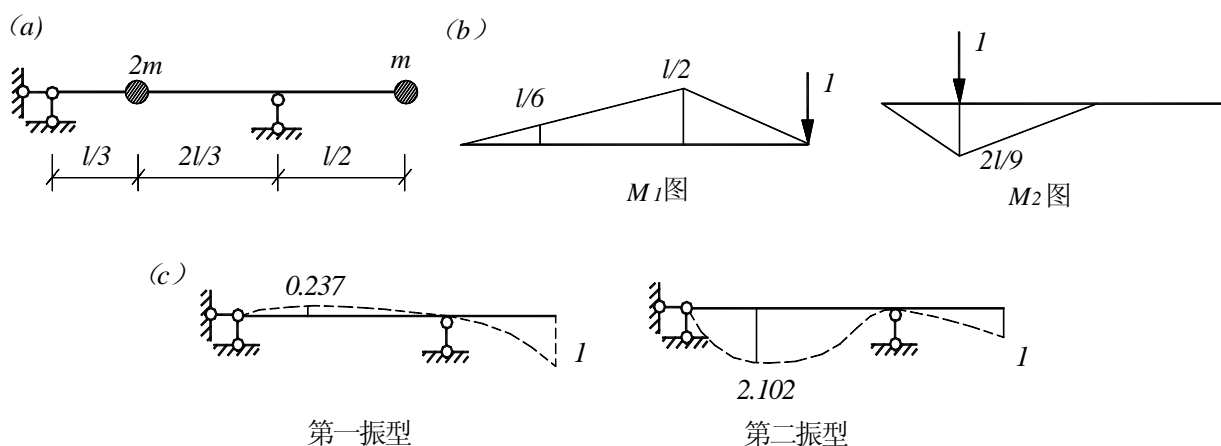
正对称振动

$$\delta_{11} = \sum \frac{\bar{N}^2 l}{EA} = \frac{\left(-\frac{5}{4}\right)^2 \times 5 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 4}{EA} = \frac{161}{EA}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{\frac{m}{2}\delta_{11}}} = \sqrt{\frac{2EA}{161m}}$$

反对称振动

$$\delta_{22} = \frac{\left(-\frac{5}{4}\right)^2 \times 5}{EA} = \frac{125}{16EA}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{32EA}{125m}}$$

八、求图 a 所示体系的自振频率和主振型。EI=常数。



解：本题有两个自由度，用柔度法建立振动方程

$$\delta_{11}m_1\ddot{y}_1 + \delta_{12}m_2\ddot{y}_2 + y_1 = 0$$

$$\delta_{21}m_1\ddot{y}_1 + \delta_{22}m_2\ddot{y}_2 + y_2 = 0$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{2} \times l \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{3} = \frac{l^3}{8EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{1}{2} \times \frac{l}{3} \times \frac{2l}{9} \times \frac{l}{6} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2l}{3} \times \frac{2l}{9} \times \left(\frac{l}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{l}{2} \times \frac{1}{3}\right) = -\frac{2l^3}{81EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{2} \times \frac{l}{3} \times \frac{2l}{9} \times \frac{4l}{27} + \frac{1}{2} \times \frac{2l}{3} \times \frac{2l}{9} \times \frac{4l}{27} = \frac{4l^3}{243EI}$$

代入振动方程解得，

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{w^2} = \frac{m_1\delta_{11} + m_2\delta_{22}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(m_1\delta_{11} + m_2\delta_{22})^2 - 4(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}\delta_{21})m_1m_2}$$

$$\lambda_1 = 0.1367 \left(\frac{ml^3}{EI} \right), \quad \lambda_2 = 0.02118 \left(\frac{ml^3}{EI} \right)$$

$$\omega_1 = 2.705 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}, \quad \omega_2 = 6.872 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

$$\text{求主振型} \quad \frac{Y_{11}}{Y_{21}} = \frac{-\delta_{12}m_2}{\delta_{11}m_1 - \frac{1}{\omega_1^2}} = \frac{\frac{4ml^3}{81EI}}{\frac{ml^3}{8EI} - 0.1367\left(\frac{ml^3}{EI}\right)} = -\frac{1}{0.237}$$

$$\frac{Y_{12}}{Y_{22}} = \frac{-\delta_{12}m_2}{\delta_{11}m_1 - \frac{1}{\omega_2^2}} = \frac{\frac{4ml^3}{81EI}}{\frac{ml^3}{8EI} - 0.02118\left(\frac{ml^3}{EI}\right)} = \frac{1}{2.102}$$

振型图如图 c。

注意：画振型图时应将惯性力施加在质量上，惯性力引起的位移图形状就是相应的振型图形状。