

机密★启用前

青岛理工大学 2009 年硕士研究生入学试题

考试科目代码: 702考试科目名称: 数学分析

考生注意: 1. 答题必须写清题号, 所有答案均须写在答题纸(本)上, 写在试题、草稿纸上的答案无效; 2. 考毕时将试题和答题纸(本)一同上交。

1. 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上连续, 且满足 $f(x^2) = f(x)$, $\forall x \in (0, +\infty)$ 。证明 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为常数函数。(20 分)
2. 应用 Bolzano - Weierstrass 定理证明闭区间上连续函数的有界性定理。(20 分)
3. 求函数的 $y = (3x^2 - 2)\sin 2x$ 的 100 阶导数。(20 分)
4. 设 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上连续, 在 $(1, +\infty)$ 可导。已知函数 $e^{-x}f'(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上有界, 证明函数 $e^{-x}f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 有界。(20 分)
5. 已知一组点 $\{(x_i, y_i), i=1, 2, \dots, n+1\}$, 写出 n 次多项式 $p_n(x)$ 的表达式使 $p_n(x_i) = y_i, i=1, 2, \dots, n+1$ 。(20 分)
6. 设 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上可导, 且 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 与 $\int_a^{+\infty} f'(x)dx$ 都收敛。证明 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 。(20 分)
7. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$ 。(10 分)
8. 计算 $\int_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$ 。其中 L 为一条不经过原点的简单闭曲线, 方向为逆时针方向。(20 分)