

青 岛 科 技 大 学

二 0 0 九 年 硕 士 研 究 生 入 学 考 试 试 题

考 试 科 目：数 学 分 析

- 注意事项：1. 本试卷共 8 道大题（共计 8 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或签字笔答题，其它均无效。

1. (20 分) 比较 π^e 和 e^π 的大小，并说明理由.
2. (20 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\tan x) - \sin(\sin x)}{\tan x - \sin x}$.
3. (20 分) 证明：函数 $\sin(x^2)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上不一致连续.
4. (20 分) 设 $F(x) = \int_0^x \sin \frac{1}{t} dt$ ，求 $F'(0)$
5. (20 分) 设恒正数列 $\{x_n\}$ 单调上升有界，证明： $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{x_n}{x_{n+1}})$ 收敛.
6. (20 分) 计算 $\iint_S x dy dz + y dx dz + z dx dy$ ，其中 S 为球 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 的外表面.
7. (20 分) 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛，证明： $\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-nx}$ 在 $x \geq 0$ 一致收敛.
8. (10 分) 设数列 $\{x_n\}$ 收敛， $\lim x_n = a$ ，证明： $\inf\{x_n\}$ 与 $\sup\{x_n\}$ 中至少有一个属于 $\{x_n\}$