

青 岛 科 技 大 学

二 〇 一 〇 年 硕 士 研 究 生 入 学 考 试 试 题

考 试 科 目：数 学 分 析

- 注意事项：1. 本试卷共 8 道大题（共计 8 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草稿纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或签字笔答题，其它均无效。

1. (20 分) 证明：函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在区间 $(0,1)$ 上非一致连续。

2. (20 分) 设 $f(x)$ 连续可微，求下面函数的导数 $I'(x)$ ：

$$I(x) = \int_0^x t f'(x-t) dt$$

3. (20 分) 求曲面 $S: \frac{x^2}{2} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$ 的切平面，使之与平面 $\pi: 2x + 2y + z + 5 = 0$ 平行。

4. (20 分) 计算积分 $I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \cos mx dx$ ， a, b 均为常数。

5. (20 分) 证明：函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt[3]{n^4 + x^4}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 一致收敛。

6. (20 分) 求函数 $z = (x - y + 1)^2$ 的极值。

7. (20 分) 利用 Gauss 公式计算 $I = \oiint_{\Sigma} \left(\frac{x^2 y}{2} \cos \alpha + \frac{y^2 z}{2} \cos \beta + \frac{z^2 x}{2} \cos \gamma \right) dS$

其中 Σ 是 $x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 1, x \geq 0, y \geq 0$ 所围成区域的边界曲面，

$\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 是此边界曲面的外法线矢量的方向余弦。

8. (10分) 计算曲线积分

$$I = \oint_L (y^2 + y)dx + (2xy - e^y)dy$$

其中 L 是圆周 $x = \cos \theta, y = \sin \theta (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ 取正向。