

山东科技大学 2004 年招收硕士学位研究生入学考试

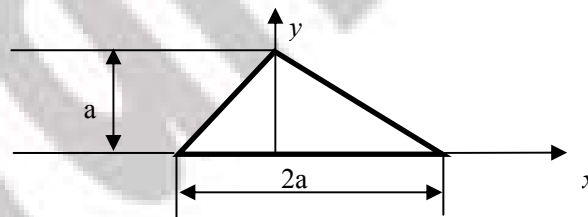
弹性力学试卷

(共 2 页)

一、回答下列问题 (20 分)

- 1、应力分量与材料性质无关的条件什么? (2 分)
- 2、圣维南原理的实质是什么? 试举例说明。(4 分)
- 3、什么是最小势能原理? (4 分)
- 4、相容方程的作用是什么? (2 分)
- 5、试推出按位移求解平面问题(在直角坐标系中)的基本方程, 并简要说明求解过程 (8 分)

二、给定应力函数 $\varphi = a(x^3 + xy^2)$, 试求如图所示的弹性体边界上的法向应力和切向应力并在图中标出。(20 分)

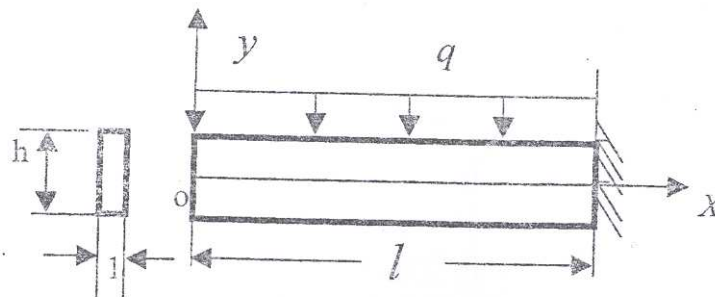


三、试由物理方程推出体积应力 $\Theta (\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ 和体积应变 $e (e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$ 之间的关系 (15 分)

四、如图所示悬臂梁, 受均匀分布载荷 q 的作用, 试检验函数

$$\varphi = Ay^5 + Bx^2y^3 + Cy^3 + Dx^2 + Ex^2y$$

是否能作为应力函数? 并求出各系数及应力分量。(25 分)





五、试证明 $\frac{\partial U}{\partial \sigma_x} = \varepsilon_x, \frac{\partial U}{\partial \sigma_y} = \varepsilon_y, \frac{\partial U}{\partial \tau_{xy}} = \tau_{xy}$ 。其中：U 为弹性体的形变势能密度（15 分）

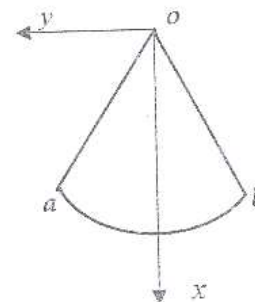
六、试考查应力函数 $\varphi = \frac{q}{6a} \rho^3 \cos 3\theta$ ，能解决如图所示弹性体的何种受力问题？要求画出面力。

（15 分） 注：式中 (ρ, θ) 为坐标变量； a 为边界径向长度。

提示： $\sigma_\rho = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2}$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \rho^2}$$

$$\tau_{\rho\theta} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right)$$

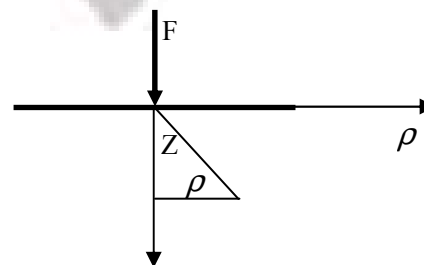


图中 ab 为圆弧，边界 oa 和 ob 与 x 的夹角均为 30° 、长度均为 a 。

七、半空间体在边界平面的一个圆面积上受均布压力 q 。设该圆的半径为 r ，试求圆心下方距离边界为 h 处的位移。（20 分）

提示：半空间体在边界上受法向集中力（如图）的位移分量为

$$u_\rho = \frac{(1+\mu)F}{2\pi ER} \left[\frac{\rho z}{R^2} - \frac{(1-2\mu)\rho}{R+z} \right], u_\theta = \frac{(1+\mu)F}{2\pi ER} \left[2(1-\mu) + \frac{z^2}{R^2} \right] \quad R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$



八、试导出空间圆术坐标系中非 Z 轴对称问

题的平衡微分方程。（20 分）