题纸（本）上做题，在此试卷及草稿纸上做题无效！

召收硕士学位研究生入学考试

乡分析试卷

（共 2 页）

。

$f(\frac{y}{x^2})$ 满足方程：$x\frac{\partial z}{\partial x}+2y\frac{\partial z}{\partial y}=nz$。

不以 A 为极限的概念，并以此证明 $\{(-1)^n\}$ 不以 1 为

$x_{n-1}|(n\ge 2)$ 证明：$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在。

阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=0, f(1)=0$，试证明在（0,1）

加且有界的，证明：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{x_n}-\frac{1}{x_n+1})$ 收敛。

六.（18 分）

1．计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{20}xdx$ 的值。

2．设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上有连续的一阶导数，且 $f(1)-f(0)=1$。证明：$\int_0^1(f'(x))^2dx\ge 1$。

七.（13 分）计算 $\oint\limits_C\frac{(x+y)dx-(x-y)dy}{x^2+y^2}$，其中 c 为逆时针曲线 $x^2+y^2=a^2$

八.（14 分）计算机第一型曲面积分：$\iint\limits_S\frac{1}{(1+x+y)^2}dS$，其中 S 为平面 $x+y+z=1$ 在 $x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$ 内的部分。

九.（14 分）计算：$\iint\limits_S(xdydz+ydxdz+zdxdy)$，式中的 S 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外表面。

十.（16 分）

1．设 $\alpha>\beta>e$。证明：$\beta^\alpha>\alpha^\beta$。

2．已知 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$，求 $\int_0^{\infty}\frac{x}{e^x+1}dx$ 的值。